

Exercice sur les probabilités
(Extrait du brevet)

Exercice 1

Jean possède 365 albums de bandes dessinées. Afin de trier les albums de sa collection, il les range par série et classe les séries en trois catégories : franco-belges, comics et mangas comme ci-dessous.

Séries franco-belges	Séries de comics	Séries de mangas
23 albums « Astérix »	35 albums « Batman »	85 albums « One-Pièce »
22 albums « Tintin »	90 albums « Spider-Man »	65 albums « Naruto »
45 albums « Lucky-Luke »		

Il choisit au hasard un album parmi tous ceux de sa collection.

- Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un album « Lucky-Luke » ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un comics ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi ne soit pas un manga ?
- Tous les albums de chaque série sont numérotés dans l'ordre de sortie en librairie et chacune des séries est complète du numéro 1 au dernier numéro.
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 1 ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 40 ?

Exercice 2

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées : 2, 3 et 4 .
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées : 2, 3, 4 et 5 .

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

Urne bleue	Urne rouge
② ③ ④	② ③ ④ ⑤

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée 3 , puis la boule rouge numérotée 4 ,le tirage obtenu sera noté (3; 4).

On précise que le tirage (3; 4) est différent du tirage (4; 3).

- On définit les deux événements suivants :
« On obtient deux nombres premiers » et « La somme des deux nombres est égale à 12 » .
 - Pour chacun des deux événements précédents, dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.
 - Déterminer la probabilité de l'événement « On obtient deux nombres premiers ».
- On obtient un « double » lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.
Justifier que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience, est $\frac{1}{4}$.
- Dans cette question, aucune justification n'est attendue. On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois.
Pour cela, on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet.
Voici des copies d'écran :

Script principal

```

quand est cliqué
  répéter A fois
    si Boule bleue = Boule rouge alors
      ajouter à Nombre de doubles 1

```

Bloc « Tirer deux boules »

```

définir Tirer deux boules
  mettre Boule bleue à nombre aléatoire entre 2 et B
  mettre Boule rouge à nombre aléatoire entre 2 et C

```

Boule bleue, Boule rouge et Nombre de doubles sont des variables.
Le bloc **Tirer deux boules** est à insérer dans le script principal.

- a. Par quels nombres faut-il remplacer les lettres A, B et C?
- b. Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **Tirer deux boules**
- c. Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **mettre Nombre de doubles à 0**
- d. On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles » obtenus. Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter » ?

Proposition ①

Proposition ②

Proposition ③

Exercice 3

Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés mais un peu particuliers. Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2; 4; 6; 8; 10; 12. Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs. Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.

Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ? Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?
2. Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu. Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.
 - a. Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?
 - b. Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?
3. Mohamed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.
 - a. Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier.
 - b. Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed ? Justifier .

Exercice 1

1. a. Comme il y a 45 albums « Lucky-Luke » parmi les 365 albums alors la probabilité que l'album choisi soit un album « Lucky-Luke » est égale à $\frac{45}{365} = \frac{9}{73}$.
 - b. Comme il y a $35 + 90 = 125$ albums comics parmi les 365 albums alors la probabilité que l'album choisi soit un comics est égale à $\frac{125}{365} = \frac{25}{73}$.
 - c. Comme il y a $23 + 22 + 45 + 35 + 90 = 215$ albums qui ne sont pas des mangas parmi les 365 albums alors la probabilité que l'album choisi ne soit pas un manga est égale à $\frac{215}{365} = \frac{43}{73}$.
2. a. Il y a 7 albums numérotés 1. Donc la probabilité est égale à $\frac{7}{365}$.
 - b. Il y a 4 albums numérotés 40. Donc la probabilité est égale à $\frac{4}{365}$.

Exercice 2

1. a. • Il est possible de tirer deux nombres premiers : (2; 2), (2;3), (2; 5), (3; 2), (3; 3), (3; 5).
• La somme la plus grande est $4 + 5 = 9$. 12 est donc impossible à atteindre.
 - b. Comme il y a $3 \times 4 = 12$ tirages différents et on a vu qu'il y en avait 6 donnant deux nombres premiers alors la probabilité est donc égale à $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$.
2. On peut obtenir les doubles (2; 2), (3; 3) et (4; 4), donc 3 doubles sur 12 tirages possibles. La probabilité de tirer un double est donc égale à $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
3. a. Il faut remplacer **A par 1 000, B par 4 et C par 5.**
 - b. Il faut insérer le bloc **après répéter 1 000 fois.**
 - c. Il faut insérer le bloc **avant répéter 1 000 fois.**
 - d. Il faut placer à la fin **la proposition 2.**

Exercice 3

1. Sur les faces du deuxième dé sont écrits : **1; 3; 5; 7; 9; 11.**
Sur les faces du troisième dé sont écrits : **2; 3; 5; 7; 11; 13.**
2. a. Comme $25 = 5^2$ alors **Zoé a obtenu 5.**
 - b. Comme les nombres du premier dé dont le carré est supérieur à 25 sont : 6; 8; 10; 12 soit 4 nombres sur 6 alors a probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est donc égale à $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
3. a. Comme la décomposition en facteurs premiers de 525 est $3 \times 5^2 \times 7$ alors il a pu obtenir les nombres **3 ; 3 ; 5 ; et 7** (dans n'importe quel ordre).
 - b. Comme 525 est impair alors Mohamed n'a pas choisi le dé 1 qui ne donne que des nombres pairs.
Avec le dé 2, il n'a pas obtenu les numéros 9 et 11, et avec le dé 3, il n'a pas obtenu les numéros 2, 11 et 13.
Les nombres obtenus (3 ; 3 ; 5 et 7) peuvent provenir du dé2 ou du dé 3. **On ne peut donc pas savoir quel est le dé choisi par Mohamed.**