

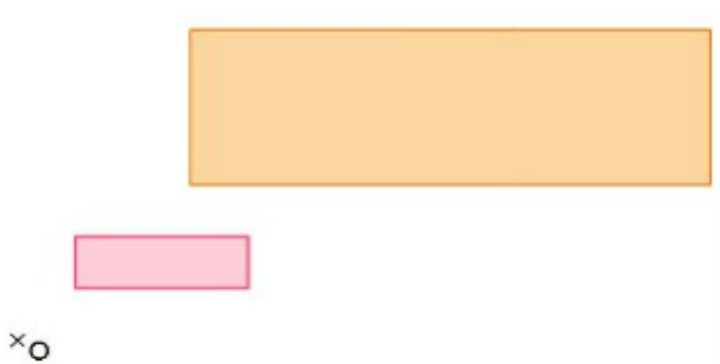
Exercices dirigés : les homothéties

Exercice 1

- 1) Construire un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 4$ cm.
- 2) Construire le triangle $AB'C'$, image du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $-0,5$.
- 3) Déterminer la distance $B'C'$. Justifier.

Exercice 2

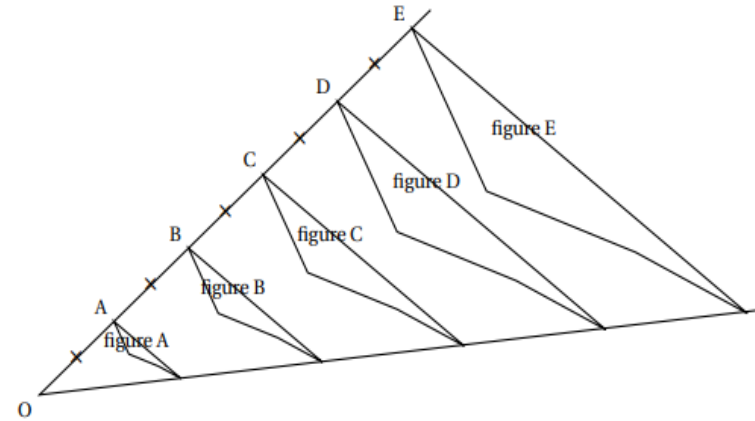
Le rectangle orange ci-dessous est l'image du rectangle rose par l'homothétie de centre O et de rapport 3.



- 1) Si le périmètre du rectangle rose est de 8 cm, quel est celui du rectangle orange ?
- 2) Si l'aire du rectangle orange est de 72 cm^2 , quelle est celle du rectangle rose ?

Exercice 3 (Brevet 2018)

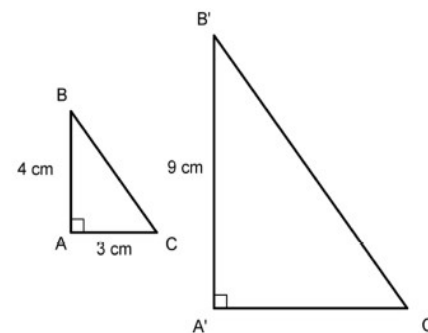
Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



- 1) Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ? Aucune justification n'est attendue.
- 2) On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ? Aucune justification n'est attendue.
- 3) Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

Exercice 4

Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie.

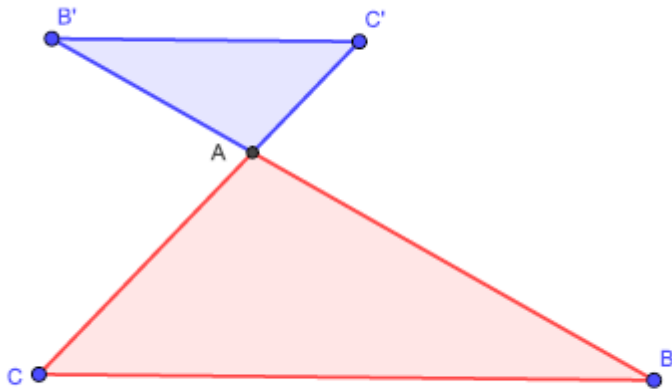


- 1) Déterminer le centre de l'homothétie.
- 2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A'C'B'}$. On arrondira au degré près.
- 3) Calculer la distance $A'C'$.

Correction...à regarder une fois que vous avez cherché.

Exercice 1

1) et 2)



- 2) Comme l'homothétie est de rapport $0,5$ alors le triangle $AB'C'$ est une réduction de rapport $0,5$ du triangle ABC ($AB'C'$ et ABC sont semblables) donc :
- $B'C' = 0,5 \times BC = 0,5 \times 8 = 4 \text{ cm.}$

Exercice 2

- 1) Comme le rectangle orange est l'image du rectangle rose par l'homothétie de centre O et de rapport 3 alors le rectangle orange est un agrandissement de rapport 3 du rectangle rose.

Le périmètre du rectangle orange est égal à $3 \times 8 = 24 \text{ cm.}$

Dans un agrandissement de rapport 3 , les longueurs sont multipliées par 3 .

- 2) Comme le rectangle orange est l'image du rectangle rose par l'homothétie de centre O et de rapport 3 alors le rectangle rose est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ du rectangle orange.

L'aire du rectangle rose est égale à $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 72 = \frac{1}{9} \times 72 = 8 \text{ cm}^2.$

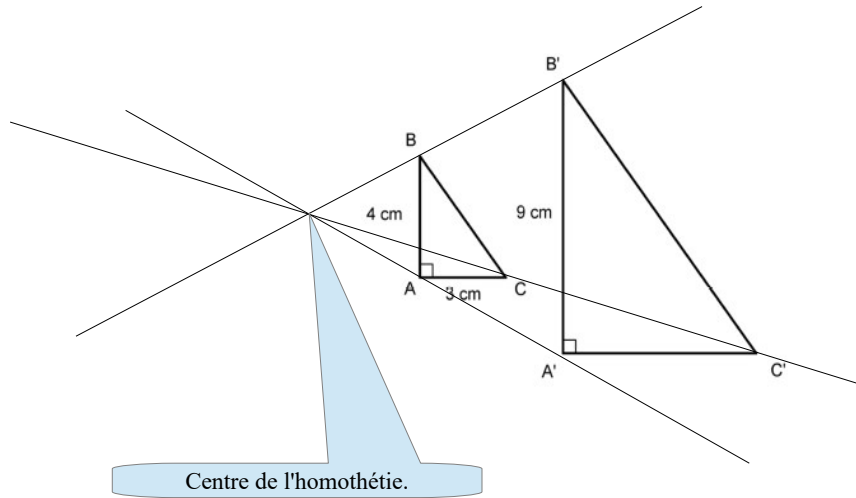
Dans une réduction de rapport $1/3$, les aires sont multipliées par $(1/3)^2$.

Exercice 3

- 1) Comme $OC = 3 \times OA$ alors le rapport de l'homothétie permettant de passer de la figure A à la figure C est 3 .
- 2) Comme $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$ et que $OD = 5 \times OA$: l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{5}$ permet de passer de la figure E à la figure A , puis l'homothétie de centre O et de rapport 3 permet de passer de la figure A à la figure C .
On est donc passé de la figure E à la figure C .
- 3) Si l'aire est quatre fois plus grande, c'est que les longueurs sont deux fois plus grandes : **c'est donc la figure B dont l'aire est quatre fois celle de la figure A .**

Exercice 4

1)



2) Déterminons tout d'abord la mesure de l'angle \widehat{ACB}

Dans le triangle ACB rectangle en A, on a :

$$\begin{aligned}\tan \widehat{ACB} &= \frac{AB}{AC} \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

d'où $\widehat{ACB} \approx 53^\circ$ (Ici, on a utilisé ces deux touches



Enfin comme les homothéties conservent la mesure des angles, l'angle $\widehat{A'C'B'}$ mesure **environ 53°**.

3) Le segment $[A'B']$ de longueur 9 cm est l'image du segment $[AB]$ de longueur 4 cm par l'homothétie donc le rapport de l'homothétie est

$$\frac{9}{4} = 2,25 \quad . \text{ Donc : } A'C' = 2,25 \times AC = 2,25 \times 3 = \mathbf{6,75 \text{ cm.}}$$