

Quotients et écritures fractionnaires (NC 3)

Une somme est le résultat d'une addition, une différence est le résultat d'une soustraction et un produit est le résultat d'une multiplication.
 Dans cette leçon, nous allons étudier la notion de quotients et d'écritures fractionnaires.

1) Qu'est-ce que le quotient de deux nombres ?

Considérons a un nombre et b est un nombre non nul.

Définition Le quotient du nombre a par le nombre b est le nombre qui multiplié par b donne a .

On le note $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ est appelé une **écriture fractionnaire**, a est appelé le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Exemples

• $\frac{22}{5}$ est une écriture fractionnaire du quotient de la division de 22 par 5.

$$5 \times 4,4 = 22 \text{ ou } 5 \times \frac{22}{5} = 22$$

• $\frac{22,5}{3}$ est une écriture fractionnaire du quotient de la division de 22,5 par 3.

$$3 \times 7,5 = 22,5 \text{ ou } 3 \times \frac{22,5}{3} = 22,5$$

$$\begin{array}{r|l} 22,0 & 5 \\ - 20 & \\ \hline 20 & \\ - 20 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 4,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 22,5 & 3 \\ - 21 & \\ \hline 15 & \\ - 15 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 7,5 \end{array}$$

• $\frac{11,5}{3}$ est une écriture fractionnaire du quotient de la division de 11,5 par 3.

$$\begin{array}{r|l} 11,50 & 3 \\ - 9 & \\ \hline 25 & \\ - 24 & \\ \hline 10 & \\ - 9 & \\ \hline 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 3,83 \end{array}$$

Le reste se répète.

$\frac{11,5}{3}$ ne possède pas d'écriture décimale car la division de 11,5 par 3 ne se termine pas.

$$3 \times \frac{11,5}{3} = 11,5$$

Parmi les écritures fractionnaires, il y a la fraction :

Définition La fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

Exemples $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{7}$ et $\frac{9}{55}$ sont trois fractions.

Parmi les écritures fractionnaires, il y a le pourcentage :

Définition Un pourcentage est une écriture fractionnaire dont le dénominateur est 100.

Exemples $\frac{33}{100}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{3,4}{100}$ sont trois pourcentages.

Le pourcentage a une autre écriture. $\frac{33}{100}$ peut s'écrire 33 %.

2) Comment écrire des écritures fractionnaires égales ?

Propriété On ne change pas le nombre $\frac{a}{b}$ en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

Exemples

$$\bullet \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\bullet \quad \frac{3,5}{6} = \frac{3,5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$$

$$\bullet \quad \frac{20}{8} = \frac{20 : 4}{8 : 4} = \frac{5}{2}$$

Remarque Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers plus petits.

Exemples

$$\bullet \quad \frac{12}{14} = \frac{12 \div 2}{14 \div 2} = \frac{6}{7}$$

On ne peut plus réduire la fraction $\frac{6}{7}$.
On dit qu'elle est irréductible.

$$\bullet \quad \frac{60}{84} = \frac{60 \div 2}{84 \div 2}$$

$$= \frac{30}{42}$$

On peut encore réduire cette fraction.

$$= \frac{30 \div 2}{42 \div 2}$$

$$= \frac{15}{21}$$

$$= \frac{15 \div 3}{21 \div 3}$$

$$= \frac{5}{7}$$

Pour aller plus vite, on peut présenter les calculs de la façon suivante :

$$\bullet \quad \frac{60}{84} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{7}$$

$2 \times 2 \times 3 \times 5$ est la décomposition en facteurs premiers de 60.

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ est la décomposition en facteurs premiers de 84.

3) Comment calculer le quotient d'une division par un nombre décimal ?

Exemple

Effectuer la division de 37,8 par 2,8 revient à effectuer la division de 378 par 28.

$$\text{En effet : } \frac{37,8}{2,8} = \frac{37,8 \times 10}{2,8 \times 10} = \frac{378}{28}$$

$$\begin{array}{r|l} 378,0 & 28 \\ -28 & 13,5 \\ \hline 98 & \\ -84 & \\ \hline 140 & \\ -140 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{Donc : } \frac{37,8}{2,8} = 13,5$$

4) Comment comparer deux nombres en écriture fractionnaire ?

Propriété Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur (positif), alors le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

Exemples

- Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{4}$.

Comme $7 > 3$ alors $\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$.

- Comparer $\frac{3,6}{7}$ et $\frac{9}{7}$

Comme $9 > 3,6$ alors $\frac{9}{7} > \frac{3,6}{7}$.

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, il suffit de les « transformer » pour qu'elles aient le même dénominateur (positif).

Exemples

- Comparer $\frac{5}{7}$ et $\frac{13}{21}$.

Comme : $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$ et $\frac{15}{21} > \frac{13}{21}$ alors $\frac{5}{7} > \frac{13}{21}$.

- Comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Comme : $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$, $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ et $12 > 10$ alors $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$.

Remarque

Dans certains cas, il est inutile de mettre sous le même dénominateur.

Exemple : Comme $\frac{11}{5} > 1$ et $\frac{4}{5} < 1$ alors $\frac{11}{5} > \frac{4}{5}$

Vous pouvez regarder les vidéos suivantes pour avoir un complément d'explications :

Comparer les fractions :

<https://www.youtube.com/watch?v=MVnogrTAGy0>

Déterminer des fractions égales :

<https://www.youtube.com/watch?v=6AiX2DuI03Q>

Simplifier des fractions :

<https://www.youtube.com/watch?v=g5oV2wC6RfU&t=14s>

<https://www.youtube.com/watch?v=6ce96Tze9nI&t=61s>

Ranger dans l'ordre croissant des fractions :

<https://www.youtube.com/watch?v=zzRX2N3o6xM&t=66s>

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : <ul style="list-style-type: none">- la définition d'une écriture fractionnaire.- la définition d'une fraction.- la définition d'un pourcentage.	Je dois savoir : <ul style="list-style-type: none">- écrire des écritures fractionnaires égales.- calculer le quotient d'un nombre par un nombre décimal.- comparer deux écritures fractionnaires.