

Probabilités

Propriétés des probabilités (OGF2)

Introduction

Le hasard est très présent dans notre vie : lancer de dé, loterie, météorologie, finance...

Pour beaucoup de ces événements, il est tout de même possible de calculer les « chances » de voir apparaître tel ou tel résultat.

Le **calcul des probabilités** est la branche des mathématiques qui traite de ces questions.

Le jeu de Pile ou Face est un exemple d'**expérience aléatoire**. Elle s'appelle ainsi car on connaît tous les résultats possibles, le résultat n'est pas prévisible et l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions. Les résultats possibles s'appellent **des issues**.

Nous avons vu l'année dernière en simulant cette expérience avec un tableur que :

si on répète un très grand nombre de fois cette expérience aléatoire, la fréquence de réalisation de l'événement « obtenir face » se rapproche de plus en plus vers la valeur 0,5 appelée **la probabilité de l'événement**.

Dans la suite, on va revoir les probabilités au travers d'exemples.

Exemple 1

Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante :
tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac.

Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

On a réalisé un grand nombre de fois l'expérience. Sur 1000 tirages, nous avons obtenu 200 boules rouges.

Que peut-on dire de la probabilité d'obtenir « un jeton rouge » ?

La probabilité d'« obtenir un jeton rouge » est proche de $\frac{200}{1000} = 0,2$.

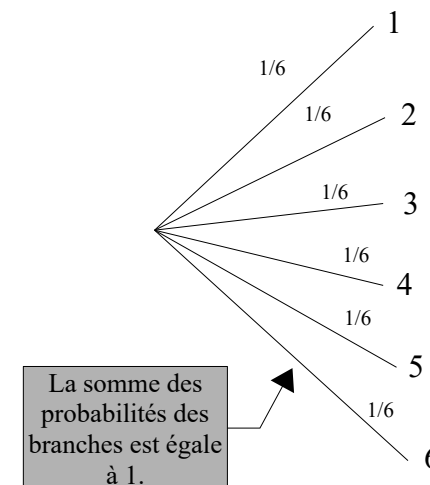
$$P(\text{obtenir un jeton rouge}) \approx 0,2$$

Exemple 2

On lance un dé à 6 faces équilibré. Cette expérience aléatoire admet 6 issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair ?

On peut schématiser la situation par l'**arbre des possibles** suivant :

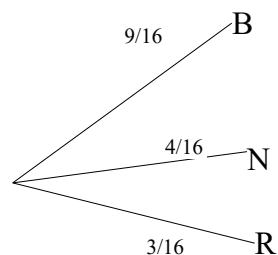


La probabilité d'obtenir un chiffre pair est égale à : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Exemple 3

Une urne contient 3 boules rouges, 4 boules noires et 9 boules blanches de même forme et indiscernables au toucher. On tire une boule et on regarde sa couleur.

Quelle est la probabilité de tirer une boule noire ?

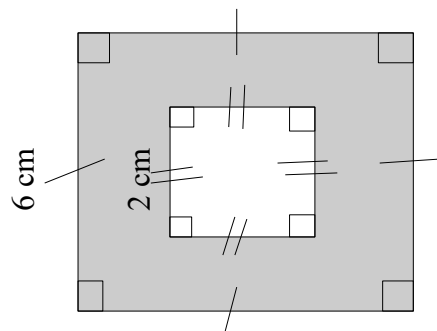


La probabilité d'obtenir une boule noire est égale à : $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

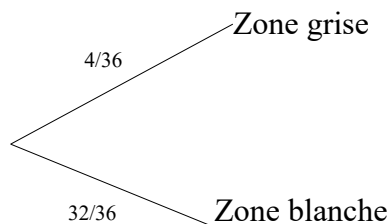
Il y a 16 boules dans l'urne.

Exemple 4

Une flèche est lancée au hasard sur la cible carrée ci-dessous sans jamais la manquer.



Quelle est la probabilité que la flèche touche la zone grise ?



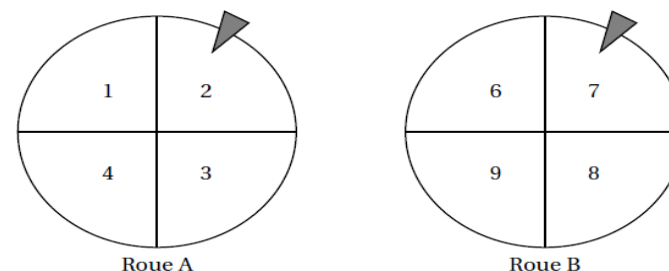
La probabilité que la flèche touche la zone grise est égale à :

$$\frac{32}{36} = \frac{4 \times 8}{4 \times 9} = \frac{8}{9}$$

36 est l'aire du « grand » carré, 4 est l'aire du « petit » carré et $32 = 36 - 4$ est l'aire de la partie grise.

Exemple 5

Mathilde fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune quatre secteurs numérotés comme sur le schéma ci-dessous :



La probabilité d'obtenir chacun des secteurs d'une roue est la même. Les flèches indiquent les deux secteurs obtenus.

L'expérience est la suivante :

on fait tourner les deux roues pour obtenir un nombre à deux chiffres. Le chiffre obtenu avec la roue A est le chiffre des dizaines et celui avec la roue B est le chiffre des unités.

Dans l'exemple ci-dessus, on obtient le nombre 27 (Roue A : 2 et Roue B : 7).

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 ?

Ici, faire un arbre des possibles est un peu compliqué, par contre on peut dénombrer toutes les issues possibles.

Les nombres que l'on peut obtenir sont :

26;27;28;29;36;37;38;39;46;47;48;49;16;17;18 et 19.

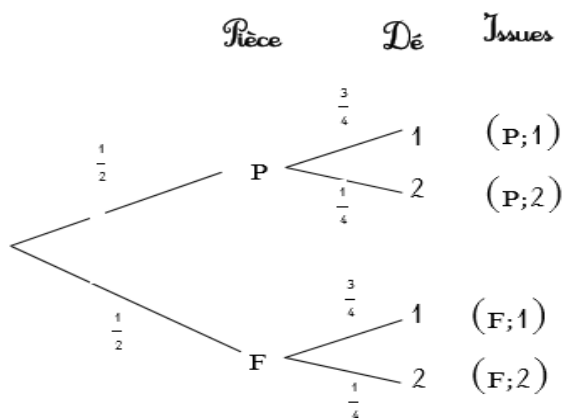
Ainsi la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 est : $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

Exemple 6

On lance une pièce de monnaie puis un dé non truqué à 4 faces numérotées 1, 1, 1 et 2.

Quelle est la probabilité d'obtenir «Face et 2»?

On peut représenter cette expérience par l'arbre des possibles pondéré par les probabilités suivant :



Probabilité d'obtenir «Face et 2» :

$\frac{1}{2}$ des résultats donneront Face et parmi ces résultats $\frac{1}{4}$ donneront « Face et 2 ».

Autrement dit $\frac{1}{2}$ **de** $\frac{1}{4}$ des résultats donneront « Face et 2 ».

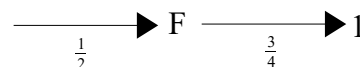
La probabilité d'obtenir «Face et 2» est donc :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} .$$

*Rappel : « En mathématique, dès qu'on entend **de** ..., on fait une multiplication » Vous vous souvenez !*

De même la probabilité d'obtenir « Face et 1 » est : $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8} .$

On fait la multiplication des probabilités qu'il y a sur le chemin :



Avec tous ces exemples vous êtes prêts pour les exercices de probabilité du brevet.

Pour compléter, vous pouvez regarder la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=CBtj0nLx-N4>

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
<p>Je dois savoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la définition d'une probabilité. 	<p>Je dois savoir :</p> <ul style="list-style-type: none"> - représenter une expérience aléatoire à l'aide d'un arbre. - calculer une probabilité.