Cahier de vacances
Classe de 5^{e}

Académie Lille

académies Amiens Lille

**RÉGION ACADÉMIQUE
HAUTS-DE-FRANCE**

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Remerciements

Les IA-IPR remercient chaleureusement les auteurs de ce cahier de vacances qui ont contribué avec dynamisme, enthousiasme et très grand professionnalisme à son écriture en faisant preuve d'une grande disponibilité :

— Mélanie **Baugard**, Enseignante, collège Lucien Vadez à Calais ;

— Guillaume **Caron**, Enseignant, collège Lucien Vadez à Calais ;

— Hélène **Dudoyer**, Enseignante, collège Lucien Vadez à Calais.

Ils remercient par ailleurs :

— Vincent **Joly**, enseignant au collège Frédéric Joliot Curie de Lallaing, et Laurent **Hennequart**, enseignant au Lycée Ernest Couteaux de Saint-Amand-les-eaux, tous deux membres de l'équipe académique Calcul@Tice, pour leurs aides dans le choix de scénarios de calcul mental ;

— tout particulièrement M. Christophe **Poulain**, enseignant au collège Paul Eluard à Beuvrages, qui a réalisé l'intégralité de la mise en page de ce cahier de vacances ;

— Stéphane **Robert**, enseignant au collège Arthur Rimbaud de Villeneuve d'Ascq qui a apporté indirectement sa contribution ;

— sans oublier **Fréderic Mathieu**, professeur des écoles - Référent pour les usages numériques - membre de l'équipe académique Calcul@Tice.

Cahier de vacances coordonné par :
Oliver **Wantiez** (IA - IPR) et Régis **Leclercq** (IA - IPR)

Ce cahier a été entièrement réalisé sous Linux, grâce au formateur de texte LaTeX et ses compléments graphiques.

Introduction

Ce cahier de vacances a été construit pour faciliter le travail en autonomie. Il ne remplace pas les apprentissages en classe. C'est un complément qui vous sera utile pour consolider des notions déjà vues et s'entraîner à faire des mathématiques régulièrement.

Toutes les notions mathématiques de l'année de 5e ne sont pas abordées. Seuls des points identifiés comme prioritaires dans le document des attendus de 5e pour la mise en œuvre des enseignements après la période de confinement ont été choisis par les auteurs de ce cahier de de vacances. Il est tout à fait possible de revoir les autres grâce à vos propres cahiers de leçons.

Ce cahier est découpé en fiches thématiques qui permettent de revoir les notions mathématiques en les identifiant et les ciblant rapidement. Chaque fiche se décompose en 6 rubriques :

- « **Les objectifs** » travaillés qui correspondent aux attendus de l'année de 5e en mathématiques.
- « **Je me mets en route** » : vous trouverez un QCM qui permet de vous tester avant d'aborder la notion. Il permet de vous auto-corriger et de réactiver des éléments utiles pour réaliser la fiche.
- « **Je réactive mes connaissances** » : vous trouverez un rappel des notions importantes avec des exemples, il ne s'agit pas d'une leçon complète mais des éléments les plus importants utiles pour réaliser la suite.
- « **Je m'exerce** » : vous trouverez quelques exercices « fondamentaux » qui permettent de vous entraîner et de poursuivre l'apprentissage des mathématiques.
- « **Je cherche, je raisonne** » : vous trouverez des énigmes, des problèmes pour lesquels il faudra chercher, essayer, tester… Ils demandent un peu de travail mais sont construits pour que chacun puisse chercher et se rassurer. Un brouillon est fortement recommandé ! Les énigmes ou les problèmes permettent d'approfondir les notions de la fiche mais aussi de développer les compétences « CHERCHER » et « RAISONNER » du programme de mathématiques.
- « **Je me teste** » : vous trouverez, grâce à un lien ou un QR-code, un accès à des plateformes en ligne comme Doctools, tactileo qui permettent de réaliser quelques questions et qui se corrigent automatiquement pour vérifier que l'on a compris les éléments les plus importants travaillés dans la fiche.

Vous trouverez également une page dédiée à la pratique du calcul mental et à la consolidation d'automatismes. La sélection de ces « petits jeux » disponibles sur le site Calcul@Tice vous amèrera sans nul doute à exercer votre mémoire et votre rapidité !

Enfin, il est important de ne pas oublier que les vacances permettent aussi de découvrir d'autres choses, d'éveiller sa curiosité et même de repérer des choses « mathématiques » dans le monde qui nous entoure.

Les mathématiques sont vivantes !

⋆ *Des corrigés détaillés seront mis en ligne sur le site disciplinaire de mathématiques dès le milieu du mois d'août.*

Table des matières

Automatismes et calculs

En plus des énigmes proposées chaque année dans le cadre des rallyes de calcul mental, le site Calcul@Tice, développé par l'académie de Lille, propose de nombreux exercices.
Nous en avons sélectionné quelques uns que tu retrouveras à l'adresse :

https://calculatice.ac-lille.fr/cahiervacance5/

N'hésite pas à cliquer sur le logo ci-dessus pour accéder à d'autres ressources Calcul@Tice !

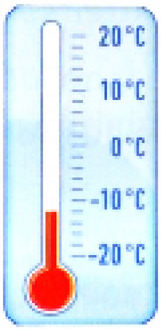
Nombres relatifs

Objectif(s) :

- J'utilise la notion d'opposé.
- Je repère sur une droite graduée les nombres décimaux relatifs.

Je me mets en route

Pour chacune des questions posées, plusieurs réponses sont possibles.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1/ « Ajouter 3 et soustraire 5 » est équivalent à…	ajouter 5 et soustraire 3	ajouter 1 et soustraire 3	ajouter 2 et soustraire 4	soustraire 2
2/ Les nombres relatifs sont composés :	des nombres positifs uniquement	des nombres négatifs uniquement	des nombres positifs et négatifs	des nombres sous forme de fractions décimales
3/ $-9{,}4$ …	est un nombre négatif	est un nombre positif	est un nombre entier	n'est pas un nombre
4/ Quelle est la température indiquée sur ce thermomètre ? 	-12°C	-11°C	-9°C	12°C

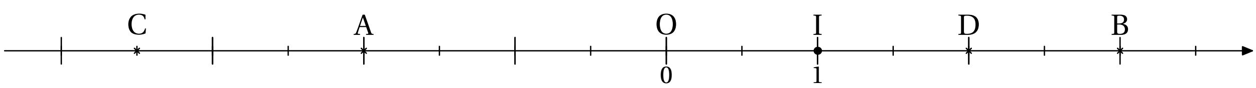
Auto-correction.
1 - BCD / 2 - C / 3 - A / 4 - A

Je réactive mes connaissances

Les nombres relatifs : abscisse d'un point

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre qu'on appelle abscisse de ce point.
Cette abscisse peut être positive, négative ou nulle

Exemple 1 Repérer un point sur une droite graduée



- L'abscisse de A est -2. On note $A(-2)$.
- L'abscisse de B est $+3$ ou 3. On note $B(3)$.
- L'abscisse de C est $-3{,}5$. On note $C(-3{,}5)$.
- L'abscisse de D est $+2$ ou 2. On note $D(2)$.

Nombres opposés

Deux nombres relatifs sont opposés lorsqu'ils ont des signes contraires et qu'ils ont la même distance à zéro.

Exemple 2 Nombres opposés

3 et −3 sont des nombres opposés.
Sur la droite graduée ci-dessus, les points A et D sont symétriques par rapport à l'origine O : leurs abscisses sont donc opposées. En effet, −2 est l'opposé de 2 et 2 est l'opposé de −2.

Je m'exerce

Exercice 1

Donne l'opposé de chaque nombre :

Nombre	2	−4,5		+512			0		
Opposé			−0,6		2,5	$\frac{1}{4}$		−0,96	+4,9

Exercice 2

Complète les phrases avec les mots suivants :

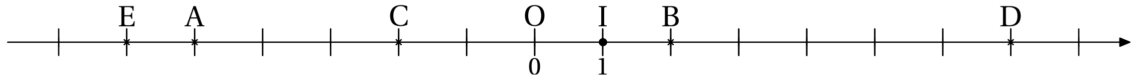
opposé — sens — symétriques — abscisse — origine — signes — unité de longueur — distance à zéro

1. Une droite graduée est une droite sur laquelle on fixe un point appelé ______, un ______ et une ______.
2. Sur un axe gradué, chaque point est repéré par un nombre qu'on appelle son ______.
3. Le nombre −16 est l' ______ du nombre 16 car ils ont des ______ contraires mais ils ont la même ______.
4. Deux points ayant pour abscisses des nombres opposés sont ______ par rapport à l'origine.

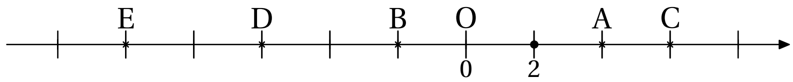
Exercice 3

Pour chaque axe gradué, note les abscisses des points A, B, C, D et E :

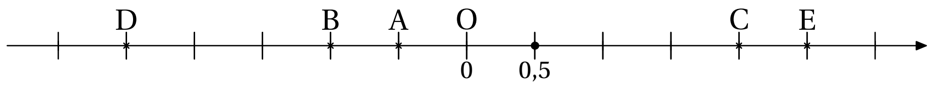
1.



2.



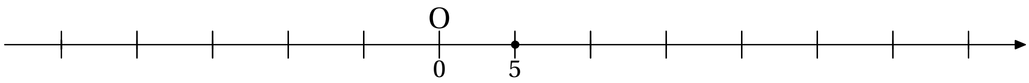
3.



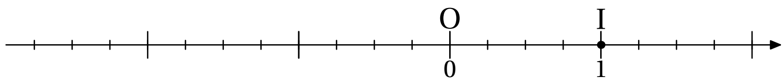
Exercice 4

Place les points d'abscisses suivants :

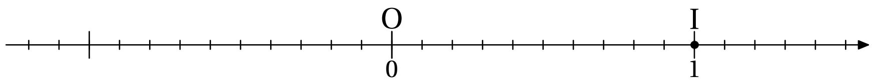
1. $A(10)$ $\quad B(-15)$ $\quad C(-20)$ $\quad D(-5)$ $\quad E(30)$



2. $F(-1{,}25)$ $\quad G(+0{,}75)$ $\quad H(-2{,}5)$ $\quad I(+1{,}75)$ $\quad J(-0{,}5)$



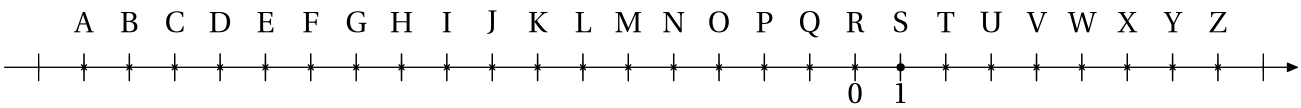
3. $K(+1{,}4)$ $\quad L(+0{,}7)$ $\quad M(-0{,}3)$ $\quad N(-0{,}6)$ $\quad P(-1{,}1)$



Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Jade et Samir ont inventé un nouveau jeu : ils communiquent grâce à un code. Sur la droite graduée ci-dessous, chaque lettre est remplacée par l'abscisse du point correspondant.



Voici ce que Jade a écrit à Samir :

$+4\,;\,-9\,;\,+4\,;\,-13$ $\qquad -6\,;\,-13\,;\,+1$ $\qquad +4\,;\,-17\,;\,-15\,;\,-17\,;\,-4\,;\,-15\,;\,-13\,;\,+1$

Décode le message de Jade.

Samir lui répond « Tout à fait d'accord ». Code la réponse de Samir.

Enigme 2

« Je suis un nombre négatif qui s'écrit avec trois chiffres différents.
Mon chiffre des centièmes est un multiple de 3.
Mon chiffre des dixièmes est le tiers de celui des centièmes.
Mon chiffre des unités est la somme des chiffres des centièmes et des dixièmes.
Mon opposé est inférieur à 5. Qui suis-je ? »

Inspiré de Transmaths – 5e - 2016

Je me teste

Clique sur le lien ci-dessous ou flashe ce QR Code avec ton téléphone.

https://edu.tactileo.fr/go?code=0SC4

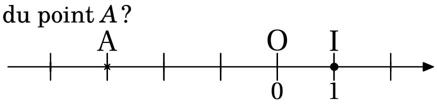
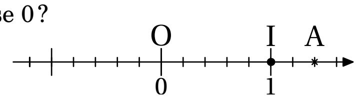
Additions et soustractions de relatifs

Objectif(s) :

- Je sais additionner et soustraire des nombres relatifs.

Je me mets en route

Pour chacune des questions posées, une seule réponse est possible.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1/ Quel nombre faut-il ajouter à -1 pour obtenir 2 ?	-1	1	3	4
2/ Cet après-midi il fait 4°C. Il faisait 6°C de moins ce matin à 6 h. Quelle était la température ce matin à 6 h ?	-6°C	-2°C	6°C	10°C
3/ Julie joue à un jeu en trois manches. On ajoute les scores de chaque manche pour obtenir le score final. Elle obtient les scores suivants : 4 pts ; -3 pts ; 2 pts. Quel est son score final ?	-9 pts	-1 pt	3 pts	9 pts
4/ Sur la droite graduée ci-dessous, quelle est l'abscisse du point A ? 	-4	-3	-2	3
5/ Sur la droite graduée ci-dessous, quelle est l'abscisse du symétrique du point A par rapport au point d'abscisse 0 ? 	$-2{,}6$	$-1{,}4$	0	$1{,}4$

Auto-correction.
1 - C / 2 - B / 3 - C / 4 - B / 5 - B

Je réactive mes connaissances

Nombres opposés

Dire que deux nombres sont opposés signifie que leur somme est égale à zéro.

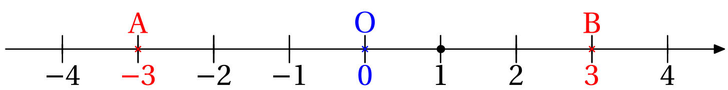
Exemple 1 3 et -3 sont-ils des nombres opposés ?

$(-3) + 3 = 0$ donc -3 et 3 sont opposés.

Nombres opposés et droite graduée

Deux nombres opposés ont la même distance à zéro mais sont de signes contraires.
Sur une droite graduée, deux points qui ont des abscisses opposées sont symétriques par rapport à l'origine.

Exemple 2 3 et -3 sont-ils des nombres opposés ?



Les points A et B sont symétriques par rapport au point O. Donc -3 et 3 sont opposés.

Somme de deux nombres relatifs

Deux cas peuvent se présenter pour additionner deux nombres relatifs :

Cas 1 : Les deux nombres ont le même signe.

Calculons $(-2)+(-5)$.

On sait que $(-5)+5=0$ et $(-2)+2=0$. Donc

$$\underbrace{(-5)+5}_{=0}+\underbrace{(-2)+2}_{}=0$$

$$(-5)+(-2)+\underbrace{5+2}_{}=0$$

$$\underbrace{(-5)+(-2)}_{}+7=0$$

$$(-7)+7=0 \quad \text{Par définition de l'opposé de 7}$$

Par conséquent :

$$(-5)+(-2)=-7$$

Remarque : cela revient à ajouter les distances à zéro (les nombres sans leur signe) puis à mettre le signe commun au résultat.

Cas 2 : Les deux nombres ont des signes différents.

Calculons $-2+5$ et $3+(-8)$.

$$-2+5=-2+\underbrace{2+3}_{=5}=\underbrace{-2+2}_{=0}+3=3$$

$$3+(-8)=3+\underbrace{(-3)+(-5)}_{-8}=\underbrace{3+(-3)}_{=0}+(-5)=-5$$

Remarque : cela revient à :

- soustraire la plus petite distance à zéro à la plus grande (on soustrait les nombres sans leur signe).
- puis mettre au résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Différence de deux nombres relatifs

Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.

Exemple 3 Premières différences

Effectuons les calculs suivants :

$A=5-(+13)$	$B=-3-(-5)$	$C=(-12)-(-2)$	$D=2-16$
$A=5+(-13)$	$B=-3+5$	$C=(-12)+2$	$D=2+(-16)$
$A=(-8)$	$B=2$	$C=(-10)$	$D=(-14)$

Simplifications d'écritures

Pour tout nombre relatif a et tout nombre positif b :

$$a+(-b)=a-b \qquad a-(-b)=a+b$$

Exemple 4 Premières simplifications

Voici quelques simplifications d'écritures :

$$-3+(-4)=-3-4 \qquad 7-(-4)=7+4$$

Je m'exerce

Exercice 1

Effectue les calculs suivants :

$A = (-3) + 5$ $\quad B = 7 + (-8)$ $\quad C = 4{,}5 + (-5)$

$D = (-13{,}5) + (-7{,}5)$ $\quad E = \dfrac{1}{3} + \left(-\dfrac{2}{3}\right)$ $\quad F = (-3) + 4 + (-2) + 1 + 3$

$G = (-75) + 25 + 50 + (-25)$ $\quad H = (-1{,}25) + (-0{,}25) + \dfrac{1}{4}$

Exercice 2

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter -3
- Soustraire 5

1. Quel résultat obtient-on si on choisit 7 au départ ?
2. Quel résultat obtient-on si on choisit 2 au départ ?
3. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 au départ ?

Exercice 3

Complète le tableau suivant :

a	b	$a+b$	$a-b$
15	-9		
41	-6		
-23	17		
-3	-8		
-15	13		

Exercice 4

Effectue les calculs suivants :

$A = (-5) - (-3)$ $\quad B = 6{,}5 - 13{,}5$ $\quad C = 13 - 15 + 3$

$D = -8 - 9 + 7$ $\quad E = -3 - 7 \times 5$ $\quad D = 110 - 75 + 10 - 50$

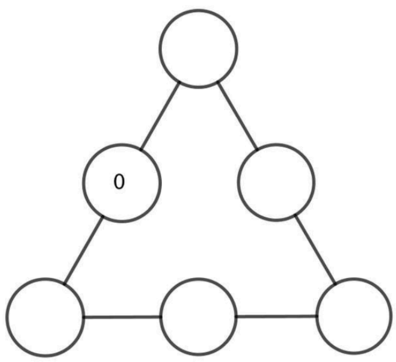
Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Si on me soustrait -3, puis qu'on ajoute 2 au résultat et qu'on multiplie ensuite par 3, on trouve 24.
Qui suis-je ?

Enigme 2

Dans un triangle magique, la somme des nombres de chaque côté est la même.
Inscris les nombres suivants pour que ce triangle soit magique : -2 ; -1 ; $+3$; -1 ; $+4$.



Je me teste

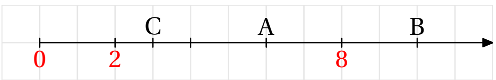
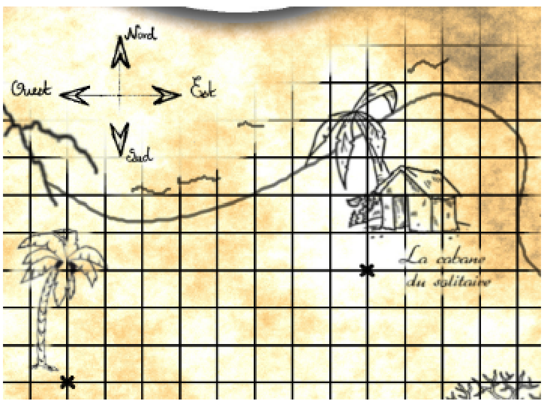
Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : https://edu.tactileo.fr/go?code=DNVC ou active le QR suivant :

Repérage

Objectif(s) :
- Je me repère sur une droite graduée.
- Je me repère dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Sur cette demi-droite graduée,  l'abscisse…	du point A est 6	du point B est 10	du point C est 2,5
2/ Tu souhaites te diriger du palmier à la cabane du solitaire.  Le chemin le plus rapide est…	3 pas vers le sud et 8 pas vers l'est	8 pas vers l'ouest et 3 pas vers le nord	8 pas vers l'est et 3 pas vers le nord

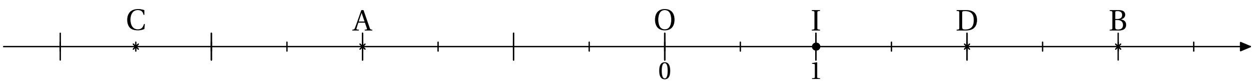
Auto-correction.
1 - AB / 2 - C

Je réactive mes connaissances

Abscisse d'un point sur une droite graduée

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre qu'on appelle abscisse de ce point.

Exemple 1 Lire l'abscisse d'un point



Ici :

- l'abscisse de A est -2. On note $A(-2)$.
- l'abscisse de B est $+3$ ou 3. On note $B(3)$.
- l'abscisse de C est $-3{,}5$. On note $C(-3{,}5)$.
- l'abscisse de D est $+2$ ou 2. On note $D(2)$.

Repère orthogonal

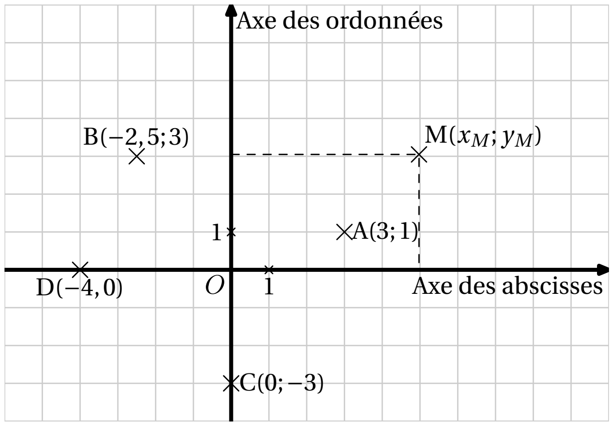
Un repère orthogonal du plan est composé de deux droites graduées perpendiculaires et de même origine. L'une est appelée axe des abscisses (axe horizontal) et l'autre axe des ordonnées (axe vertical).

Exemple 2 Lire les coordonnées d'un point

Dans un repère du plan, la position d'un point est donné par un couple de nombre relatifs.

3 est l'abscisse du point A et 1 est son ordonnée.

On dit que le point A a pour **coordonnées** $(3;1)$ et on note $A(3;1)$.

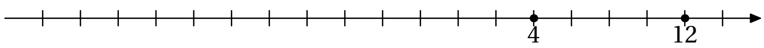


Je m'exerce

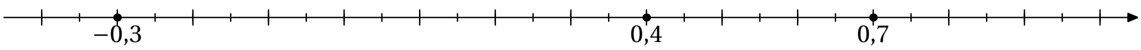
Exercice 1

Pour chaque droite graduée ci-dessous, place les points donnés :

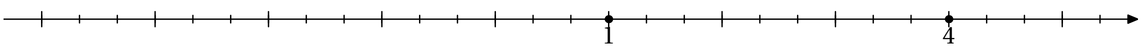
(a) $A(-6)$ $B(-20)$ $C(-12)$



(b) $D(0{,}15)$ $E(-0{,}1)$ $F(0{,}55)$



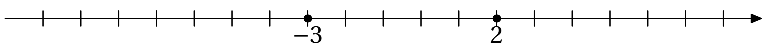
(c) $G(-1)$ $H\left(\frac{4}{3}\right)$ $K\left(3+\frac{1}{3}\right)$



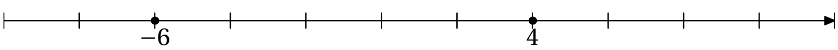
Exercice 2

Retrouve l'origine (le zéro) de chacune des droites graduées ci-dessous :

1.



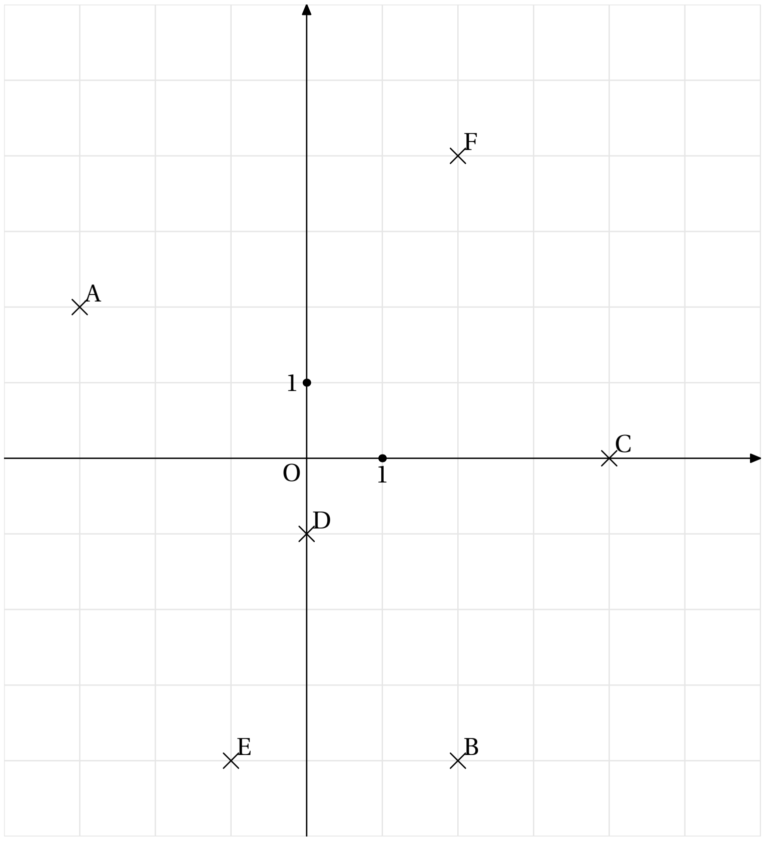
2.



Exercice 3

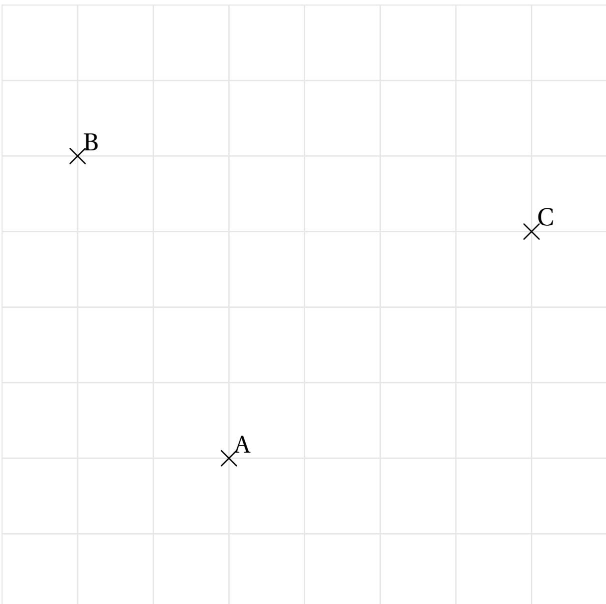
1. Lis les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans le repère ci-contre :
   - $A(\dots;\dots)$
   - $B(\dots;\dots)$
   - $C(\dots;\dots)$
   - $D(\dots;\dots)$
   - $E(\dots;\dots)$
   - $F(\dots;\dots)$
2. Place les points de coordonnées suivants dans le repère ci-contre :

   $G(5;3)$ $\quad H(3;-2)$
   $I(-1;3)$ $\quad J(0;-3)$
   $K(-3;0)$ $\quad L(-2;5)$



Je cherche, je raisonne

Enigme 1

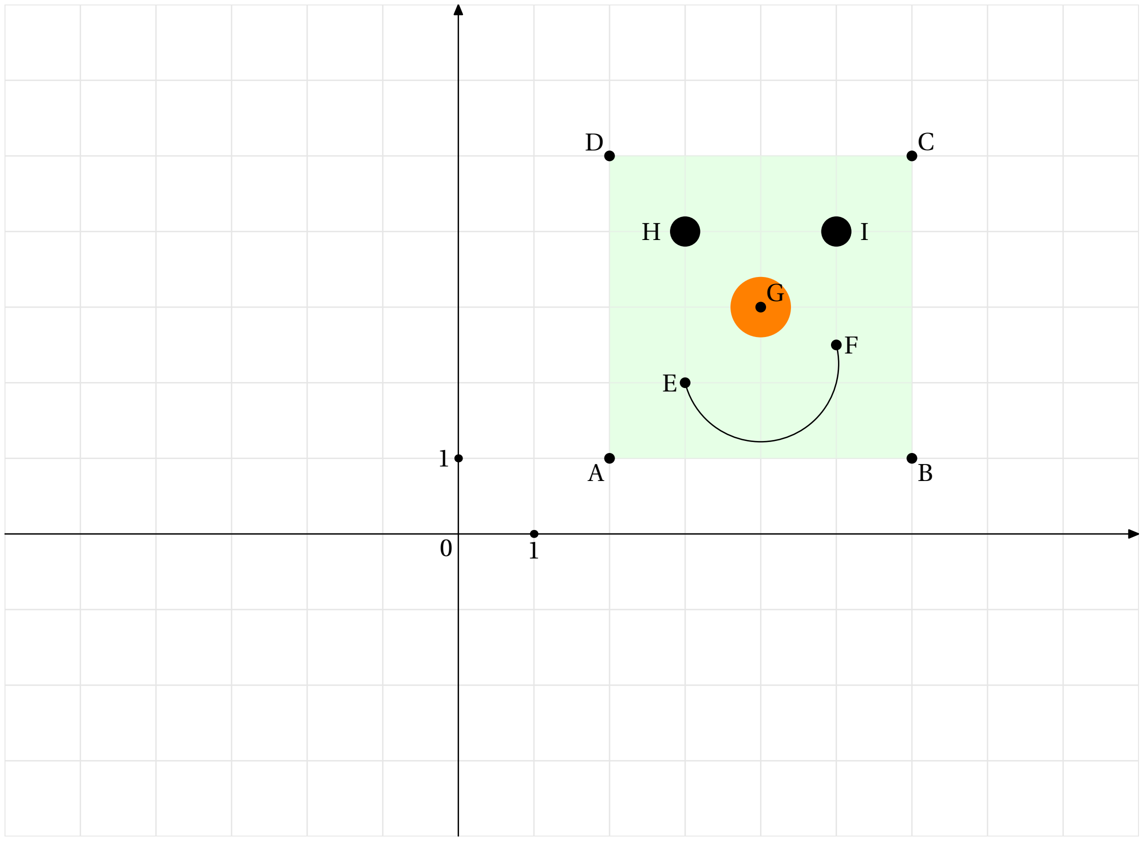


1. Sur le quadrillage ci-contre, trace un repère orthogonal tel que les points A et B aient les coordonnées suivantes : $A(-1;-2)$ et $B(-3;2)$.
2. Quelles sont alors les coordonnées du point C ?

   $C(\dots;\dots)$

Enigme 2

1. Lis les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H et I qui ont servi à construire Monsieur Tête au Carré.
2. Monsieur Tête au Carré se déplace de cinq unités vers la gauche, puis trois unités vers le bas.
   (a) Dessine la nouvelle position de Monsieur Tête au Carré dans le repère ci-dessous.
   (b) Indique les coordonnées des nouveaux points.



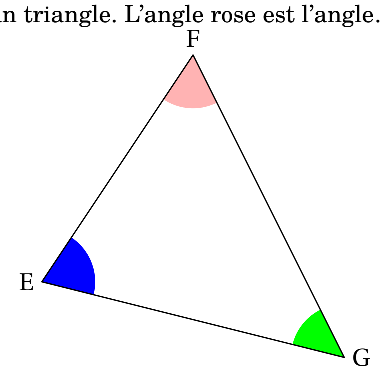
Angles d'un triangle

Objectif(s) :

- Je sais utiliser la propriété sur la somme des angles d'un triangle.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ EFG est un triangle. L'angle rose est l'angle… 	$\widehat{FEG}$	$\widehat{FGE}$	$\widehat{EFG}$
2/ L'angle $\widehat{IJK}$ mesure 82°. C'est un angle…	obtus	aigu	droit
3/ Si ABC est un triangle rectangle en B, alors…	l'angle $\widehat{ABC}$ est un angle droit	l'angle $\widehat{BCA}$ est un angle droit	l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle droit
4/ Si ISO est un triangle isocèle en S, alors…	$\widehat{ISO} = \widehat{SIO}$	$\widehat{IOS} = \widehat{SIO}$	$\widehat{ISO} = \widehat{SOI}$

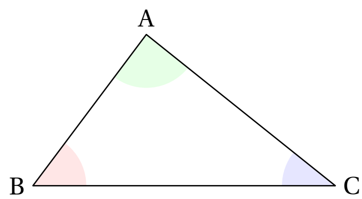
Auto-correction.
1 - C / 2 - B / 3 - A / 4 - B

Je réactive mes connaissances

La somme des angles d'un triangle

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Dans le triangle ABC, $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$



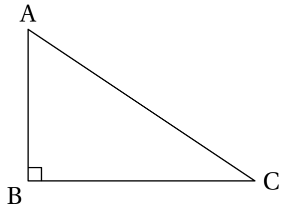
Exemple 1 Déterminer si un triangle existe

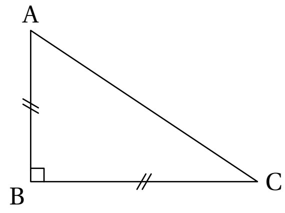
Existe-t-il un triangle ABC tels que $\widehat{A} = 27°$, $\widehat{B} = 122°$ et $\widehat{C} = 32°$?
$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 27° + 122° + 32° = 181°$.
La somme de la mesure des angles n'est pas égale à 180° ; le triangle ABC n'existe pas.

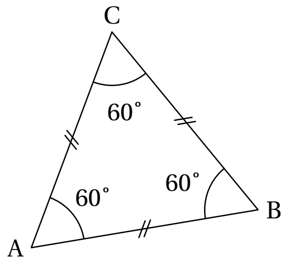
Exemple 2 Calculer un angle dans un triangle

Le triangle BCD est tel que $\widehat{D} = 37°$ et $\widehat{B} = 85°$. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{C}$?
Dans le triangle BCD, on a $\widehat{D} = 37°$ et $\widehat{B} = 85°$. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
On a : $\widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 180°$.
$\widehat{B} + \widehat{D} = 37° + 85° = 122°$.
Donc $\widehat{C} = 180° - 122° = 58°$.
L'angle $\widehat{C}$ mesure 58°.

Conséquences sur les angles des triangles particuliers

<table>
<tr><th>Triangle rectangle</th><th>Triangle isocèle</th><th>Triangle équilatéral</th></tr>
<tr>
<td>Si un triangle est rectangle alors la somme de la mesure de ses deux angles aigus est égale à 90°


ABC est rectangle en B, on a :
$\widehat{A}+\widehat{C}=90°$</td>
<td>Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.
<u>Conséquence</u> : si un triangle est rectangle isocèle, alors ses angles à la base mesurent chacun 45°.


ABC est rectangle isocèle en B donc $\widehat{A}+\widehat{C}=90°$.
Ainsi $\widehat{A}=\widehat{C}=45°$</td>
<td>Si un triangle est équilatéral alors chacun de ses angles mesure 60°.


ABC est équilatéral.
On a $\widehat{A}=\widehat{B}=\widehat{C}=60°$.</td>
</tr>
</table>

Je m'exerce

Exercice 1

Existe-t-il un triangle ABC dont les angles sont les suivants ?

	$\widehat{BAC}$	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CBA}$	Oui	Non
a	45°	35°	100°		
b	112°	28°	29°		
c	62°	67°	52°		
d	35°	12°	133°		
e	47°	47°	86°		

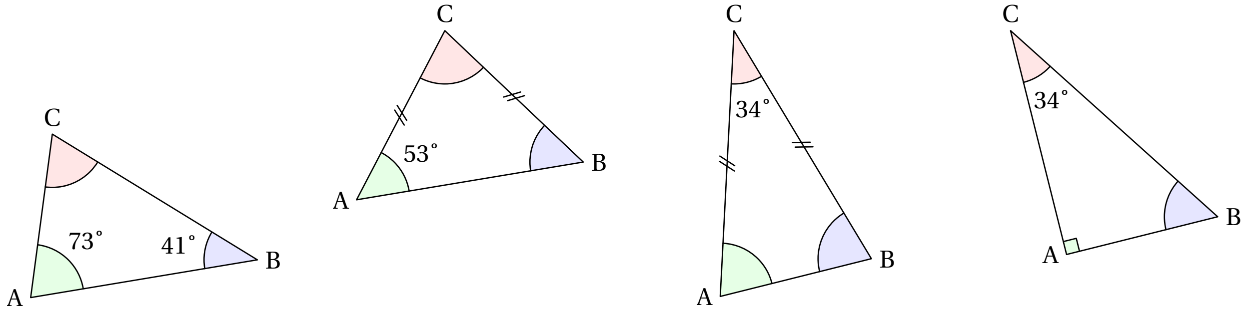
Exercice 2

Dans chaque cas, le triangle ABC existe. Trouve la mesure de l'angle manquant et indique la nature du triangle (quelconque, rectangle, isocèle, équilatéral).

	$\widehat{BAC}$	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CBA}$	Nature du triangle
a	15°	150°		
b	60°		60°	
c		29°	113°	
d		27°	63°	
e	45°		90°	

Exercice 3

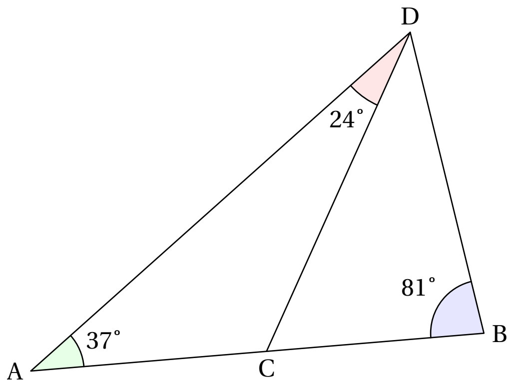
En rédigeant comme dans l'exemple de la partie « Je réactive mes connaissances », calcule la valeur des angles manquants dans chaque cas.



Exercice 4

Dans la figure ci-dessous, les points A, C et B sont alignés.
Détermine la mesure des angles $\widehat{ACD}$, $\widehat{DCB}$ et $\widehat{BDC}$.

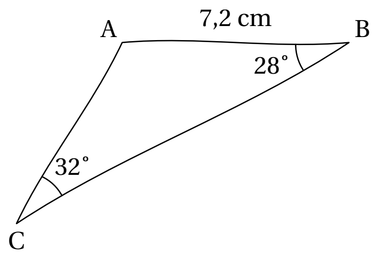
Aide : Trois points alignés forment un angle plat !



Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Sauras-tu construire ce triangle en vraie grandeur ?



Enigme 2

Trouve la mesure des angles d'un triangle sachant que la mesure de ceux-ci sont trois nombres entiers consécutifs.

Enigme 3

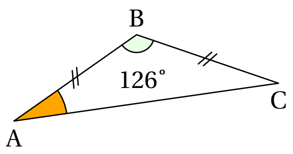
ABC est un triangle isocèle en C. Sachant que la mesure d'un des angles est le double d'un autre, détermine toutes les mesures possibles pour les angles de ce triangle.

Enigme 4

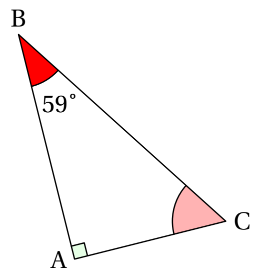
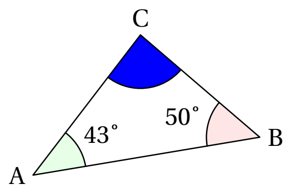
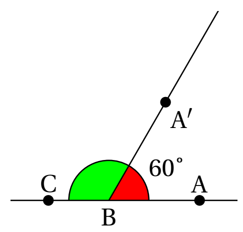
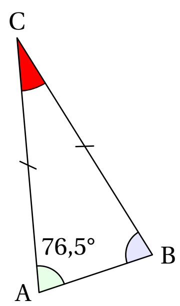
Complète cette grille de nombres croisés :

	1	2	3	4
A	■			
B		■		
C				■
D	■		■	

Horizontalement

A. Mesure d'un angle obtus.	B. Nombre d'angles de 60° dans un triangle équilatéral / Mesure de l'angle orange : 	C. Somme de la mesure des angles d'un triangle	D. Mesure d'un angle aigu / Nombre d'angles de même mesure d'un triangle isocèle.

Verticalement

1. Mesure de l'angle rose. 	2. Dixième d'un angle de 10° / Mesure de l'angle bleu. 	3. En sachant que les points A, B et C sont alignés, donner la mesure de l'angle vert. 	4. Mesure de l'angle rouge.  Nombre d'angles de 45° d'un triangle rectangle isocèle.

Proportionnalité (Partie 1)

Objectif(s) :

- Je reconnais une situation proportionnalité ou de non proportionnalité entre deux grandeurs.
- Je résous des problèmes de proportionnalité.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Par quel nombre faut-il multiplier 6 pour obtenir 24 ?	0,25	4	144
2/ Si 3 crêpes coûtent 4 €, alors 9 crêpes coûtent…	10	12	On ne peut pas savoir
3/ Si 50 sucettes coûtent 20 €, combien peut-on avoir de sucettes au maximum avec 4 € ?	0,4	10	34
4/ Quel est le coefficient de proportionnalité de ce tableau ? Nombre de cahiers : 10 ; Prix (en €) : 4 ; $\times \ldots$	0,4	2,5	6

Auto-correction.
1 - B / 2 - B / 3 - B / 4 - A

Je réactive mes connaissances

Reconnaître deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsqu'on obtient les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul.
Ce nombre est appelé le coefficient de proportionnalité.

Exemple 1 Déterminer si un tableau est un tableau de proportionnalité

1.

Masse d'oranges (en kg)	2	3	4
Prix (en €)	9	13,5	18

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.
En effet, $\dfrac{9}{2} = 4{,}5$; $\dfrac{13{,}5}{3} = 4{,}5$; $\dfrac{18}{4} = 4{,}5$
Le coefficient de proportionnalité 4,5 **signifie** que 1 kg d'orange coûte 4,50 €.

2.

Âge (en années)	5	10
Taille (en cm)	100	130

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.
En effet : $\dfrac{100}{5} = 20$; $\dfrac{130}{10} = 13$ et $13 \neq 20$.

Calculer une quatrième proportionnelle

Lorsque l'on a repéré une situation de proportionnalité, on peut effectuer des calculs. Il existe plusieurs méthodes. Selon la situation et les données, on peut choisir la méthode la plus astucieuse.
On dit qu'on calcule **une quatrième proportionnelle**.

Exemple 2 Calculer une quatrième proportionnelle

La quantité d'eau, en litres, qui s'écoule d'un robinet est proportionnelle à la durée, en minutes d'ouverture du robinet.

Durée (en minutes)	4	6
Quantité d'eau (en L)	12	a

Voici plusieurs méthodes pour calculer la quatrième proportionnelle a :

Coefficient de proportionnalité : $a = 6 \times 3 = 18$

Durée (en minutes)	4	6
Quantité d'eau (en L)	12	a

×3

Multiplication d'une quantité $a = 12 \times 1{,}5 = 18$

×1,5

Durée (en minutes)	4	6
Quantité d'eau (en L)	12	a

×1,5

Passage à l'unité ou règle de trois

En 4 min, il s'écoule 12 L.
Donc, en 1 min, il s'écoule 3 L ($12 \div 4 = 3$)
Donc, en 6 min, il s'écoule 18 L ($3 \times 6 = 18$).

$$a = 12 \div 4 \times 3 = 18$$

Conclusion : en 6 min, il s'écoule 18 L d'eau de ce robinet.

Additivité de la proportionnalité.

Durée (en minutes)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	12	18	?

En 4 min, il s'écoule 12 L d'eau. En 6 min, il s'écoule 18 L d'eau.
En 10 min (4 min + 6 min), il s'écoule 30 L d'eau (12 L + 18 L)

Je m'exerce

Exercice 1

Manu va au centre commercial. Il tombe sur plusieurs affiches publicitaires.
Dis si ces offres traduisent des situations de proportionnalité.

– Pause gourmandise –

Glaces

1 boule 2 €
2 boules 4 €
3 boules 5 €

\ Laser Game /

À partir de 19 h :

1 partie 7,30 €
3 parties 21,90 €

Cinématix

Avec la carte :

2 films : 14 €
5 films : 40 €
10 films : 75 €

Exercice 2

Voici la liste des ingrédients pour réaliser une pâte à crêpes pour 4 personnes :

Farine	Œufs	Sucre	Lait	Levure
200 g	2	60 g	50 cL	1 sachet

Donne la liste des ingrédients pour réaliser la recette pour 12 personnes, puis pour 2 personnes.

Exercice 3

Pour réaliser 40 colliers identiques, Lucie et Paul ont utilisé 1 000 perles.

1. Combien en ont-ils besoin pour réaliser 100 colliers identiques ?
2. Combien en ont-ils besoin pour réaliser 50 colliers identiques ?
3. Avec 500 perles, combien peuvent-ils fabriquer de colliers ?

Exercice 4

Aujourd'hui, j'ai fait des beignets et il font tous le même poids.
J'ai noté que 2 beignets pèsent 100 g et 3 beignets pèsent 150 grammes.
Grâce à ces informations, détermine le poids de 4 ; 6 ; 9 puis 1 beignets.

Exercice 5

« - Allô ! Je vous commande 295,5 mètres de gros fil electrique. Pouvez-vous me dire combien cela me coûtera ?
- Hélas, j'ai oublié le prix d'un mètre mais ce matin, j'en ai vendu 45 mètres pour 135 €. »
Calcule le prix des 295,5 mètres de fil.

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Eloïse a décidé de faire un gâteau au chocolat pour son anniversaire.
Voici les ingrédients nécessaires de la recette :

- 200 g de chocolat noir
- 125 g de beurre
- 100 g de farine
- 4 œufs
- 200 g de sucre
- 1 sachet de levure.

En rentrant des courses, Eloïse s'aperçoit qu'elle a oublié d'acheter les œufs ! Elle n'en a plus que 3 dans son frigo !
Aide-la à déterminer la quantité nécessaire de chaque ingrédient pour réaliser la recette sachant qu'elle n'utilise que 3 œufs.

Enigme 2

6 machines produisent 1 200 pièces en 4 jours.
Combien de pièces produiront 2 de ces machines en 9 jours ?

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : https://edu.tactileo.fr/go?code=ACJM ou active le QR suivant :

Proportionnalité (Partie 2)

Objectif(s) :

- Je résous des problèmes de proportionnalité en utilisant des pourcentages ou des échelles.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ À quel pourcentage correspond la quantité « une moitié » ?	0,5 %	50 %	25 %
2/ À quelle quantité correspond 25 % ?	Le tiers	Les trois-quarts	Le quart
3/ 300 000 cm est égale à…	3 km	30 km	300 km
4/ Le plan d'un immeuble est à l'échelle $\frac{1}{100}$. Cela signifie que…	1 cm sur le plan correspond à 100 cm en réalité	1 cm sur le plan correspond à 100 m en réalité.	1 cm sur le plan correspond à 100 km en réalité.
5/ Un plan est à l'échelle $\frac{1}{4}$. Cela signifie que…	Les distances réelles sont multipliées par 4.	Les distances réelles sont divisées par 4.	C'est un agrandissement

Auto-correction.
1 - B / 2 - C / 3 - A / 4 - A / 5 - B

Je réactive mes connaissances

Pourcentages : définition

Un pourcentage est le coefficient de proportionnalité d'une situation.
On le note sous forme de fraction dont le dénominateur est 100 ou avec le symbole %.

Exemple 1

$\frac{15}{100} = 15\ \%$

Appliquer un pourcentage

p est un nombre positif.
Appliquer p % à un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{p}{100}$.

Exemple 2 Appliquer un pourcentage

18 % des 350 élèves d'un collège font du latin. On effectue $350 \times \frac{18}{10} = 63$.
63 élèves du collège font du latin.

Exemple 3 Les soldes

Un T-Shirt à 25 € est soldé à −15 %. On calcule la réduction : $25 \times \frac{15}{100} = 3{,}75$ € de réduction.
On fait $25 - 3{,}75 = 21{,}25$ €.
Le prix soldé du T-Shirt est de 21,25 €.

Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle.

Exemple 4 Joueurs de plus de 2 m

Dans une équipe de 20 joueurs de Basket, 6 font plus de 2 mètres.
Quel est le pourcentage de joueurs de plus de 2 m ?

La proportion de joueurs de plus de 2 m est de $\frac{6}{20}$.

On écrit cette fraction avec un dénominateur égal à 100 : $\frac{6 \times 5}{20 \times 5} = \frac{30}{100}$.
Donc 30 % des joueurs font plus de 2 mètres dans l'équipe.

Échelle : Définition

Une échelle est le coefficient de proportionnalité par lequel sont multipliées les longueurs réelles pour obtenir les longueurs sur un plan, un dessin, une maquette.

Échelle : Propriété

L'échelle est le quotient :

$$\frac{\text{longueur sur plan}}{\text{longueur correspondante dans la réalité}}$$

Exemple 5 Utiliser une échelle

Si une carte est à l'échelle $\frac{1}{100}$, cela signifie que les longueurs réelles ont été divisées par 100.
1 cm sur la carte correspond à 100 cm en réalité.

Je m'exerce

Exercice 1

On a interrogé 350 personnes sur leur destination de vacances.
34 % des personnes partiront à la montagne.

1. Combien de personnes partiront à la montagne ?
2. 70 personnes ont répondu qu'elles iraient à la campagne. Déterminer le pourcentage des personnes qui iront à la campagne.

Exercice 2

1. Julien obtient une réduction de 20 % sur un vélo valant 178 €. Quel est le montant de la réduction obtenue ?
2. Patrick a obtenu une réduction de 35 € sur une console de jeu qui valait 250 €. Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ?

Exercice 3

Une carte routière est à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$.

1. Quelle est la distance sur la carte de deux villes distantes de 65 km ?
2. Quelle est la distance réelle entre deux villes distantes de 5,3 cm sur la carte ?

Exercice 4

Je dois réaliser une maquette de telle sorte que 1 cm sur la maquette représente 3 m en réalité.
Quelle est l'échelle de cette maquette ?

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Les 196 élèves de cinquième d'un collège ont été interrogés sur leur plat préféré. Voici un tableau donnant les réponses obtenues :

Sport préféré	**Nombre de filles**	**Nombre de garçons**	**Total**
Pizza			
Hamburger - frites		26	53
Spaghettis Carbonara	35		40
Purée - jambon	97		
Total	97		

Quel est le pourcentage :

(a) de garçons qui préfèrent les spaghettis carbonara par rapport au nombre total de garçons ?

(b) d'élèves qui préfèrent la pizza par rapport au nombre total d'élèves ?

(c) de filles qui préfèrent le hamburger - frites par rapport au nombre d'élèves préférant le hamburger - frites ?

Enigme 2

L'épaisseur réelle d'un cheveu est de 0,007 5 cm.
Pour l'étudier, le professeur nous en donne un dessin sur lequel il mesure 3 cm.
Quelle est l'échelle de ce dessin ?

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : https://edu.tactileo.fr/go?code=89YZ ou active le QR suivant avec ton téléphone :

Calculer une moyenne

Objectif(s) :

- Je sais calculer et interpréter la moyenne d'une série de données.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1/ Dans une classe, il y a 12 filles et 18 garçons. Quel est l'effectif de la classe ?	12	15	18	30
2/ Une seule de ces affirmations est vraie, laquelle ?	Lors d'un trajet en voiture, si la vitesse maximale a été de 127 km/h alors la vitesse moyenne ne peut pas dépasser 127 km/h	Une vitesse moyenne du trajet de 127 km/h signifie que la voiture a toujours roulé à 127 km/h	Dire que la moyenne d'âge d'un groupe d'élèves est de 12 ans signife que la majorité des élèves a 12 ans	La moyenne des températures prises à chaque heure pile lors d'une journée est de 17°C. Il est impossible que la température ait atteint 27°C lors de cette journée
3/ Marion a réalisé trois tours de stade et a réalisé les temps suivants : 64 s ; 63 s et 65 s. Sa moyenne par tour est de...	63 s	64 s	65 s	192 s

Auto-correction.
1 - D / 2 - A / 3 - B

Je réactive mes connaissances

Moyenne d'une série statistique

La moyenne d'une série de données est le nombre égal à la somme des données de la série divisée par l'effectif total de la série.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple 1 Calculer une moyenne

Voici les dernières notes qu'ont obtenues trois élèves :
Jérôme : 4 ; 6 ; 18 ; 7 ; 17 ; 12 ; 12 ; 18.
Bertrand : 13 ; 13 ; 12 ; 10 ; 12 ; 3 ; 14 ; 12 ; 14 ; 15.
Marie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10.
Calcul de leur moyenne :
Pour Jérôme : $(4+6+18+7+17+12+12+18) \div 8 \approx 11{,}8$
Pour Bertrand : $(13+13+12+10+12+3+14+12+14+15) \div 10 = 11{,}8$
Pour Marie : $(15+9+14+13+10+12+12+11+10) \div 9 \approx 11{,}8$
On remarque que les trois élèves ont approximativement la même moyenne et pourtant ils n'ont pas les mêmes notes.

Je m'exerce

Exercice 1

Julie a eu les notes suivantes en français ce trimestre :

12 13 7 8 9 20 15 10 9 13

Quelle moyenne a-t-elle eu en Français ce trimestre ?

Exercice 3

On a relevé les âges d'un groupe de personnes :

Âge	11	12	13	14	15
Effectif	12	32	43	31	7

Quel est l'âge moyen de ce groupe ?

Exercice 2

Dans une petite entreprise, on a relevé le salaire mensuel en euros des 10 personnes qui y travaillent :

1 724 ; 1 673 ; 1 902 ; 2 001 ; 1 889 ;

4 200 ; 1 777 ; 1 643 ; 1 845 ; 1 606

1. Quel est le salaire moyen dans cette entreprise ?
2. Que devient cette moyenne si on supprime les valeurs extrêmes ? Comment l'expliques-tu ?

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Pierre a eu 10 de moyenne en maths au 2^{e} trimestre. Il se souvient de 6 de ses 7 notes :

12 6 8 9 11 9

Quelle est la note qu'il a oubliée ?

Enigme 2

Un carré de Dirichlet est un carré que l'on remplit avec des nombres de sorte que chaque case est la moyenne de ses 4 voisins.

Exemple :
Le carré ci contre est un carré de Dirichlet.
En effet, si on prend n'importe quel nombre de ce carré, il est la moyenne de ses 4 voisins :

- 6 est la moyenne de 4 ; 7 ; 8 et 5
- 8 est la moyenne de 6 ; 10 ; 10 et 6
- 6 est la moyenne de 8 ; 11 ; 0 et 5
- 5 est la moyenne de 6 ; 6 ; 4 et 4.

	7	10	
4	6	8	10
4	5	6	11
	4	0	

Indique les deux nombres manquants pour que le carré suivant soit un carré de Dirichlet :

	100	100	
?	75	50	0
100	50	?	0
	0	0	

Enigme 3

Carole joue à un jeu en 6 manches. A chaque manche, elle peut gagner 1 ; 2 ; 3 ; 4 ou 5 points. Sa moyenne sur les 5 premières manches est de 3. Quel score doit-elle faire à la 6^e manche pour obtenir au moins 3,5 de moyenne sur les 6 manches ?

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : https://edu.tactileo.fr/go?code=4NTX ou active le QR suivant :

Enchaînement d'opérations

Objectif(s) :

- Je sais effectuer un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires.
- Je sais traduire un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression avec des parenthèses.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Carole a 45 billes. Sylvain en a 3 fois plus. Il a donc…	48 billes	90 billes	135 billes
2/ Dans sa bibliothèque, Lucie a 25 BD ; 12 livres de poésie et 38 livres de science-fiction. Au total, elle a donc…	25 livres	50 livres	75 livres
3/ Louise achète 3 croissants à 0,75 € l'un et 4 beignets à 0,80 €. Elle a donc payé…	1,55 €	4,65 €	5,45 €
4/ Alice a 35 ans et Sophie 17 ans. Quel est l'âge de Loïc sachant que son âge est la moitié de la somme de l'âge des ses deux sœurs ?	9 ans	26 ans	54 ans

Auto-correction.
1 - C / 2 - C / 3 - C / 4 - B

Je réactive mes connaissances

Règles de calculs

Pour calculer une expression, on effectue les calculs dans l'ordre suivant :

— les calculs entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus emboîtées ;
— les multiplications et les divisions ;
— les additions et les soustractions ;

S'il ne reste plus que des multiplications ou des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.
S'il ne reste plus que des additions et des soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Exemple 1 Effectuer des calculs en respectant les priorités

$A = 100 - [4 \times (3 + 7)]$ On commence par $(3 + 7)$, parenthèses les plus emboîtées
$A = 100 - [4 \times 10]$ On calcule 4×10, entre parenthèses
$A = 100 - 40$
$A = 60$

$B = 12 + 7 - 7 + 3$ Il n'y a que des additions et des soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite
$B = 19 - 7 + 3$
$B = 12 + 3$
$B = 15$

$C = 4 \times 5 \div 10 \times 2 \div 5$ Il n'y a que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite
$C = 20 \div 10 \times 2 \div 5$
$C = 2 \times 2 \div 5$
$C = 4 \div 5$
$C = 0{,}8$

Complément sur les parenthèses

Dans certains cas, les parenthèses sont « cachées ».

Exemple 2

$D = \dfrac{7\times 3+4}{2+8}$

$D = \dfrac{21+4}{10}$

$D = \dfrac{25}{10}$

$D = 2{,}5$

On peut écrire cette expression sous cette forme : $D = (7\times 3+4)\div(2+8)$

Je m'exerce

Exercice 1

Calcule les expressions suivantes en détaillant chaque étape.

$A = 12+8-7-2+4$ $\quad B = 10\times 2\div 4\times 3\div 5$ $\quad C = 6\times 7+4-2$

$D = (12-5\times 2)\times 4$ $\quad E = 100-2\times(4\times 5-5)$ $\quad F = 200\div[(7+3)\times(4\div 2+8)]$

Exercice 2

Calcule les expressions suivantes en détaillant chaque étape

$A = \dfrac{35}{7}+9$ $\quad B = \dfrac{4\times 8+8}{2}$ $\quad C = \dfrac{6\times 9+6-10}{2\times 2+1}$

Exercice 3

On donne le programme de calcul suivant :

— Choisir un nombre
— Ajouter 2,5
— Multiplier par 0,1
— Soustraire 1

1. Quel résultat obtient-on si on choisit 10 au départ ?
2. Quel résultat obtient-on si on choisit 0,5 au départ ?
3. Écris en une expression le calcul nécessaire pour trouver le résultat quand on choisit 3 au départ, puis effectue ce calcul.

Exercice 4

Ethan, en jouant à son jeu vidéo préféré, a obtenu les résultats suivants aux cinq premières aventures :

- 1re aventure : gain de 75 points.
- 2e aventure : gain de 60 points.
- 3e aventure : score multiplié par 5.
- 4e aventure : perte de 150 points.
- 5e aventure : score divisé par 3.

Écris en une expression le calcul nécessaire pour trouver le score d'Ethan à la fin de la 5ème aventure et effectuer ce calcul.

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

En utilisant une seule fois les étiquettes

10 | 7 | 25 | 1 | 4 | 9

écris une expression égale à 550.

Enigme 2

Le professeur de mathématiques a laissé un message sur le tableau :

⏳🔔⏳📦 ☺📦💎 ⏳💣🚩💣☼🚩📦💎

Pour déchiffrer ce message, tu dois calculer les expressions numériques ci-dessous.
À chaque résultat correspond une lettre (1-A ; 2-B ; 3-C…)
Chaque lettre remplace le symbole correspondant.

🔔 $20-7+3-6-1$

☺ $3+(2\times7-5)$

☼ $(10\div2-3)\times(21\div(5-2))$

💎 $100\div10+\dfrac{4\times5+14\div2}{2+1}$

💣 $50\div[1+7\times7]$

📦 $2\times2\times3\div2-1$

🚩 $\dfrac{4\times5+2}{7+3\times2}+1$

⏳ $30-[2\times(9\div3+1)]$

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : https://edu.tactileo.fr/go?code=76EZ ou active le QR suivant :

Division euclidienne, multiples, diviseurs

Objectif(s) :

- Je sais calculer le quotient et le reste dans une division euclidienne.
- Je sais déterminer si un nombre entier est ou n'est pas multiple d'un autre nombre entier.
- Je sais déterminer si un nombre entier est ou n'est pas diviseur d'un autre nombre entier.
- Je sais déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 30.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1/ Lequel de ces nombres est un nombre entier ?	4,5	$\frac{2}{3}$	7	$\frac{11}{10}$
2/ Julie souhaite distribuer équitablement les 32 cartes d'un jeu entre 5 personnes. Combien de cartes resteront sur le côté ?	Aucune	1	2	3
3/ Karim souhaite partager équitablement 93 bonbons dans des sachets. Parmi ces propositions laquelle permet de ne pas laisser de bonbons sur le côté ?	Faire des sachets de 3 bonbons	Faire des sachets de 12 bonbons	Faire des sachets de 15 bonbons	Faire des sachets de 30 bonbons
4/ Léa veut partager équitablement 19 billes sans qu'il n'en reste sur le côté.	Elle peut faire des paquets de 3	Elle peut faire des paquets de 9	C'est impossible	Elle peut faire des paquets de 1 ou un seul paquet de 19

Auto-correction.
1 - C / 2 - C / 3 - A / 4 - D

Je réactive mes connaissances

Division euclidienne

a et b sont des nombres entiers positifs avec b qui n'est pas égal à zéro.
Faire la division euclidienne de a par b, c'est trouver deux nombres entiers positifs q et r tels que

$$a = b \times q + r \text{ et } 0 \leqslant r < b$$

q est le quotient ; r est le reste.

Remarque : une division euclidienne est une division dans laquelle le diviseur, le dividende, le quotient et le reste sont des nombres entiers.

Exemple 1 Effectuer une division euclidienne

Effectuer la division euclidienne de 458 par 7, c'est trouver combien de fois au maximum il y a 7 dans 458.

$$\left.\begin{array}{l} 65 \times 7 = 455 \\ 66 \times 7 = 462 \end{array}\right\} q = 65 \qquad 458 = 7 \times 65 + 3 \text{ donc } r = 3$$

Exemple 2 Calcul posé

On peut présenter une division euclidienne en calcul posé :

$$\begin{array}{r|l} 4\,5\,8 & 7 \\ \cline{2-2} 3\,8 & 6\,5 \\ 3 & \end{array}$$

Multiples

a et b sont des nombres entiers positifs avec b qui n'est pas égal à zéro.
On dit que a est un multiple de b si le reste dans la division euclidienne de a par b est égal à zéro.

Remarques :
- On traduit souvent « être multiple de » par « être dans la table de ».
- Un nombre a une infinité de multiples.

Exemple 3 Des multiples ?

15 est un multiple de 5 car $15 = 5 \times 3$.

42 est un multiple de 3 car $42 = 3 \times 14$.

Diviseurs

a et b sont des nombres entiers positifs avec b qui n'est pas égal à zéro.
On dit que b est un diviseur de a si le reste dans la division euclidienne de a par b est égal à zéro.
On dit alors que b divise a ou que a est divisible par b.

Remarques :
- N'importe quel nombre entier positif différent de 0 est un diviseur de 0.
- N'importe quel nombre entier positif différent de 0 a au moins deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple 4 Liste des diviseurs de 12

On peut faire la liste des diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12.

Nombre premier : définition

On dit qu'un nombre est premier s'il n'admet que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarque : 1 n'est pas un nombre premier.

Exemple 5

5 est un nombre premier car il n'a que deux diviseurs : 1 et 5.

Liste des nombres premiers

Il existe une infinité de nombres premiers.

Exemple 6 Premiers éléments de la liste des nombres premiers

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

Je m'exerce

Exercice 1

Complète le tableau suivant comme dans l'exemple.

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Calcul en ligne
457	3	152	1	$457 = 3 \times 152 + 1$
385	7			
1 047	5			
				$269 = 8 \times 33 + 5$
	6	78	2	

Exercice 2

Dans la liste suivante, entoure en rouge les nombres qui sont des multiples de 5, en vert ceux qui sont multiples de 9 et en bleu ceux qui sont multiples de 3.

3 – 4 – 6 – 9 – 10 – 15 – 16 – 17 – 23 – 56 – 75 – 81 – 135 – 204

Exercice 3

Complète le tableau par OUI ou par NON. Le premier « NON » indique que 2 n'est pas un diviseur de 125.

	Est un diviseur de :				
	125	234	102	1 500	133
2	NON				
3					
5					
9					

Exercice 4

1. Explique pourquoi 33 n'est pas un nombre premier.
2. Quel est le plus petit nombre premier supérieur à 33 ?

Exercice 5

Un boulanger voudrait répartir ses mini-viennoiseries dans des sachets tous identiques.
Il a 90 petits pains au chocolat et 150 croissants.

1. Peut-il réaliser 10 sachets ? Si oui, donne la composition d'un sachet.
2. Peut-il réaliser 12 sachets ? Si oui, donne la composition d'un sachet.
3. Écris la liste des diviseurs de 90.
4. Écris la liste des diviseurs de 150.
5. Entoure les diviseurs communs et déduis en le nombre de sachets différents possibles.
6. Quel est le plus grand nombre de sachets qu'il peut réaliser ? Donne la composition de chaque sachet.

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Un nombre est *parfait* lorsqu'il est égal à la somme de ses diviseurs propres. Les diviseurs propres d'un nombre sont ses diviseurs sauf lui-même.

Exemple : les diviseurs propres de 6 sont : 1 ; 2 ; 3.
On fait la somme des diviseurs propres : $1 + 2 + 3 = 6$! Donc 6 est un nombre parfait.

Un seul autre nombre inférieur à 100 est parfait, il se trouve entre 20 et 30. Trouve-le et justifie !

Enigme 2

Pour savoir si un nombre est *un nombre de Zumkeller*, on fait la liste de ses diviseurs et on regarde si on peut faire deux « paquets » dont la somme est égale.

Exemple : les diviseurs de 12 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.
$1 + 3 + 4 + 6 = 14$ et $2 + 12 = 14$.
On a donc fait deux « paquets » avec ses diviseurs dont la somme est égale à 14.
Donc 12 est un nombre de Zumkeller !

Un de ces nombres est un nombre Zumkeller, lequel ?

14 20 24 30

Enigme 3

J'ai plus de 50 ans. Mon âge est un multiple de 7. L'an passé, c'était un multiple de 4, l'an prochain ce sera un multiple de 6.
Quel est mon âge ?

Enigme 4

Quel est le plus petit nombre qui possède exactement 5 diviseurs ?

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible à cette adresse : `https://edu.tactileo.fr/go?code=SQVW` ou active le QR suivant :

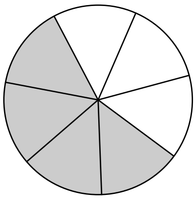
Addition et soustraction de fractions

Objectif(s) :

- Je sais additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.

Je me mets en route

Dans chaque cas, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Quelle fraction représente la partie colorée ? 	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$
2/ Dans la fraction $\frac{7}{9}$…	7 est le numérateur et 9 est le dénominateur	7 est le dénominateur et 9 est le numérateur	7 est un diviseur et 9 est le multiple
3/ Combien vaut $4 - 16$?	20	-20	-12
4/ Un multiple de 6 est…	18	2	1
5/ 3 est égal à…	$\frac{3}{3}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{1}{3}$

Auto-correction.
1 - B / 2 - A / 3 - C / 4 - A / 5 - B

Je réactive mes connaissances

Les écritures fractionnaires ont le même dénominateur

Pour ajouter ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- on garde le dénominateur commun ;
- on ajoute ou on soustrait les numérateurs entre eux.

Si a,b et c désignent des nombres décimaux avec $c \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemple 1 Premières sommes

Effectuons les sommes et différences suivantes :

$$\frac{6}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6+3}{5} = \frac{9}{5} \qquad \frac{12}{2} - \frac{5}{2} = \frac{12-5}{2} = \frac{7}{2} \qquad \frac{-4}{7} - \frac{8}{7} = \frac{-4-8}{7} = \frac{-12}{7}$$

$$\frac{-13}{3} - \frac{-10}{3} = \frac{-13-(-10)}{3} = \frac{-13+10}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

Simplification

Pour l'addition, comme pour la soustraction, on peut, si nécessaire, simplifier l'écriture fractionnaire obtenue.

Exemple 2 Simplifier le résultat obtenu

Effectuons la somme suivante :

$$\frac{4{,}5}{6}+\frac{-8{,}5}{6}=\frac{4{,}5+(-8{,}5)}{6}=\frac{-4}{6}=\frac{-2}{3}$$

L'un des dénominateurs est multiple de l'autre

Pour ajouter ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dont l'un des dénominateurs est multiple de l'autre :

- on réduit une des fractions au même dénominateur que l'autre fraction ;
- on ajoute ou on soustrait les numérateurs entre eux.

Exemple 3 Sommes et différences

Effectuons les calculs suivants :

$$\frac{6}{3}+\frac{4}{15}=\frac{6\times5}{3\times5}+\frac{4}{15}=\frac{30}{15}+\frac{4}{15}=\frac{30+4}{15}=\frac{34}{15}$$

$$\frac{3}{14}-\frac{9}{7}=\frac{3}{14}-\frac{9\times2}{7\times2}=\frac{3}{14}-\frac{18}{14}=\frac{3-18}{14}=\frac{-15}{14}$$

$$5-\frac{1}{3}=\frac{5}{1}-\frac{1}{3}=\frac{5\times3}{1\times3}-\frac{1}{3}=\frac{15}{3}-\frac{1}{3}=\frac{15-1}{3}=\frac{14}{3}$$

Je m'exerce

Exercice 1

Calcule :

(a) $\frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\dots$ (b) $\frac{-6}{4}+\frac{15}{4}=\dots$ (c) $\frac{9{,}7}{3}+\frac{10{,}3}{3}=\dots$ (d) $\frac{-6{,}3}{10}+\frac{-13{,}7}{10}=\dots$

Exercice 2

Calcule :

(a) $\frac{20}{6}-\frac{2}{6}=\dots$ (b) $\frac{14}{5}-\frac{23}{5}=\dots$ (c) $\frac{19{,}5}{8}+\frac{4{,}25}{8}=\dots$ (d) $\frac{13}{2}-\frac{-12}{2}=\dots$

Exercice 3

Calcule :

(a) $\frac{2}{11}+\frac{5}{11}+\frac{9}{11}=\dots$ (b) $\frac{16}{7}-\frac{10}{7}-\frac{15}{7}=\dots$ (c) $\frac{-3{,}5}{6}+\frac{2{,}3}{6}-\frac{10{,}8}{6}=\dots$

Exercice 4

Calcule :

(a) $\frac{7}{6}+\frac{2}{3}=\dots$ (b) $\frac{-12}{5}+\frac{1}{15}=\dots$ (c) $\frac{-5}{2}-\frac{4{,}25}{8}=\dots$ (d) $4+\frac{1}{2}=\dots$

Exercice 5

Samy a mangé les $\frac{2}{3}$ d'une pizza, sa sœur Lisa en a mangé $\frac{1}{6}$.
Quelle part de cette pizza reste-t-il pour leur petit frère Victor ?

Exercice 6

Voici un programme de calcul :

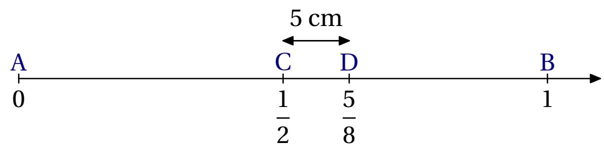
- Choisir un nombre
- Multiplier par 3
- Ajouter 4
- Soustraire $\frac{7}{6}$.

1. Louis choisit 2 comme nombre de départ. Qu'obtient-il après avoir appliqué ce programme de calcul ?
2. Myriam choisit la fraction $\frac{1}{12}$. Qu'obtient-elle ?

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Quelle distance en cm sépare les points A et B ?



Enigme 2

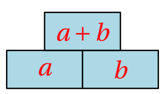
Dans cette grille, retrouve 6 carrés de 4 cases où figurent des nombres dont la somme vaut 1.

$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

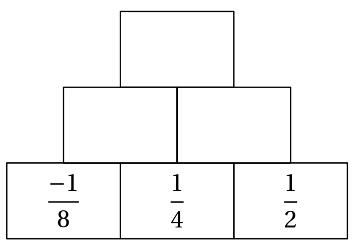
D'après Brochure Jeux 9 - APMEP

Enigme 3

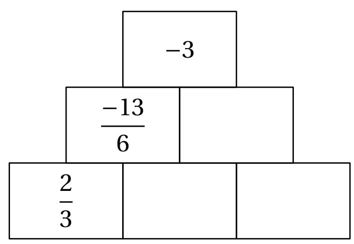
Complète chaque pyramide en respectant la règle suivante :



(a)



(b)



Détente

Shikaku
Chaque grille doit être recouverte par des rectangles, éventuellement carrés, en respectant les règles suivantes :

- un rectangle ne peut contenir qu'un seul nombre ;
- ce nombre correspond au nombre de carrés qui composent ce rectangle, c'est à dire son aire ;
- les rectangles ne peuvent se superposer ;
- toutes les cases doivent être incluses dans un rectangle.

Vous devez résoudre chacune des situations proposées en coloriant de couleurs différentes les rectangles qui composent ces grilles.

					2	2
	4	4	3		3	
				2		
				2		
6	2					3
					8	2
		3	3			

9				6											12		
					12						12						
										6							
	5													4			
12							5						8				
				6						18							9
			5													8	
							5					9					
						6											
		9											6				8

Pluszle
Certains des nombres de chaque grille doivent être entourés de façon à ce que la somme des nombres entourés correspondent aux valeurs indiquées à droite de chaque ligne et en bas de chaque colonne.

6	3	9	1	2	14
7	8	2	3	3	15
8	5	5	7	1	5
3	7	1	7	4	17
7	8	2	1	8	9
10	23	11	11	5	

7	9	4	8	3	24
5	2	3	2	4	5
4	8	7	9	2	15
1	1	3	2	4	10
7	8	3	9	4	24
4	20	13	28	13	

3	4	5	4	9	21
4	9	9	3	5	5
3	1	2	6	3	12
6	6	4	2	6	14
9	5	8	3	6	14
12	15	5	11	23	