

# MATHEZ ÇA !

## COLLEGE LE CASTELLAS

BESSEGES - ACADÉMIE DE MONTPELLIER



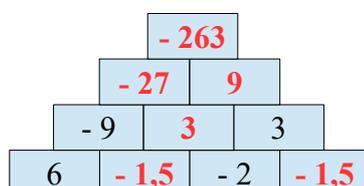
### Mathématiques Cahiers de vacances de la 4ème à la 3ème Année 2021-2022 Correction

#### Calcul numérique

##### Exercice 1

×	-1	5	3	9
-4	4	-20	-12	-36
-7	7	-35	-21	-63
9	-9	45	27	81
-2	2	-10	-6	-18

##### Exercice 2



### Exercice 3

$$\begin{array}{llll}
 A = (-5)^2 + 14 & B = -2 \times (-5) - (-7)^2 & D = 7 - 51 \div (21 - 4 \times 6) & E = \frac{-9 \times (-3) - (-3) \times (-5)}{15 \div (-3) - 2} \\
 A = 25 + 14 & B = 10 - 49 & D = 7 - 51 \div (21 - 24) & E = \frac{27 - 15}{-5 - 2} \\
 A = 39 & B = -39 & D = 7 - 51 \div (-3) & E = \frac{12}{-7} \\
 & & D = 7 + 17 & \\
 & & D = 24 & 
 \end{array}$$

### Exercice 4

$$\begin{array}{llll}
 A = 45 \times 98 + 45 \times 2 & B = 78 \times 99,9 - 78 \times 99,8 & C = 105 \times 95 & \\
 A = 45 \times (98 + 2) & B = 78 \times (99,9 - 99,8) & C = (100 + 5) \times (100 - 5) & \\
 A = 45 \times 100 & B = 78 \times 0,1 & C = 10\,000 - 500 + 500 - 25 & \\
 A = 4\,500 & B = 7,8 & C = 10\,000 - 25 & \\
 & & C = 9975 & 
 \end{array}$$

Pour les trois calculs, on a utilisé **la distributivité**.

### Exercice 5

$$\begin{array}{llll}
 A = \frac{9}{10} - \frac{5}{10} & B = \frac{5}{12} + \frac{2}{3} & C = 1 + \frac{2}{9} & D = -\frac{3}{5} + \frac{4}{7} \\
 A = \frac{4}{10} & B = \frac{5}{12} + \frac{2 \times 4}{3 \times 4} & C = \frac{9}{9} + \frac{2}{9} & D = \frac{-3 \times 7}{5 \times 7} + \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \\
 A = \frac{2}{5} & B = \frac{5}{12} + \frac{8}{12} & C = \frac{11}{9} & D = -\frac{21}{35} + \frac{20}{35} \\
 & B = \frac{13}{12} & & D = \frac{-1}{35}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 E = \frac{9}{5} \times \frac{7}{9} \\
 E = \frac{7}{5}
 \end{array}$$

On simplifie par 9.

$$\begin{array}{l}
 F = \frac{-2}{7} \times \frac{14}{16} \\
 F = \frac{-2 \times 2 \times 7}{7 \times 2 \times 2 \times 4} \\
 F = \frac{-1}{4}
 \end{array}$$

On simplifie par 2, par 2 et par 7.

$$\begin{array}{l}
 G = \frac{3}{8} \div \frac{-3}{4} \\
 G = \frac{3}{8} \times \frac{4}{-3} \\
 G = \frac{3 \times 4}{4 \times 2 \times (-3)} \\
 G = -\frac{1}{2}
 \end{array}$$

On simplifie par 3 et par 4.

$$\begin{array}{l}
 H = \frac{-5}{9} \div \frac{-8}{3} \\
 H = \frac{-5}{9} \times \frac{3}{-8} \\
 H = \frac{5 \times 3}{3 \times 3 \times 8} \\
 H = \frac{5}{24}
 \end{array}$$

On simplifie par 3.

### Exercice 6

$$\begin{array}{llll}
 A = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} & B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{-1}{9} & C = \frac{-1}{2} \div 9 + \frac{1}{3} & D = \frac{3}{4} \times \frac{-8}{27} + \frac{1}{2} \\
 A = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} & B = \frac{9}{18} - \frac{6}{18} - \frac{-2}{18} & C = \frac{-1}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} & D = \frac{-3 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 9} + \frac{1}{2} \\
 A = \frac{5}{18} & B = \frac{3}{18} - \frac{-2}{18} & C = \frac{-1}{18} + \frac{1}{3} & D = \frac{-2}{9} + \frac{1}{3} \\
 & B = \frac{5}{18} & C = \frac{-1}{18} + \frac{6}{18} & D = \frac{-4}{18} + \frac{9}{18} \\
 & & C = \frac{5}{18} & D = \frac{5}{18}
 \end{array}$$

Ici, on simplifie par 4 et par 3.

Donc les quatre expressions représentent le nombre  $\frac{5}{18}$ . Ainsi Polo a raison.

**Exercice 7**

$$\begin{aligned}\frac{2}{9} + \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 5}{9 \times 5} + \frac{2 \times 9}{5 \times 9} \\ &= \frac{10}{45} + \frac{18}{45} \\ &= \frac{28}{45}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 - \frac{28}{45} &= \frac{45}{45} - \frac{28}{45} \\ &= \frac{17}{45}\end{aligned}$$

Il leur reste donc  $\frac{17}{45}$  du gâteau.

Donc Polo et son frère ont mangé  $\frac{28}{45}$  du gâteau.

**Exercice 8**

$$\begin{aligned}\text{a) } \frac{2}{5} \times 343,50 &= 2 \times (343,5 \div 5) \\ &= 2 \times 68,7 \\ &= 137,4\end{aligned}$$

Le montant payé par Polo aujourd'hui est 137,40 €.

$$\text{b) La fraction du montant représentant les trois mensualités est égale à : } 1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

Donc la fraction du montant total représentant chaque mensualité est égale à  $\frac{1}{5}$ .

$$\text{c) Le montant de chaque mensualité est égal à : } (343,5 - 137,4) \div 3 = 206,1 \div 3 = \mathbf{68,70 \text{ €}}$$

**Exercice 9**

$$(-2)^3 = -8 \quad 3^4 = 81 \quad 10^6 = 1\,000\,000$$

$$10^{-3} = 0,001 \quad 2,534 \times 10^4 = 25\,340 \quad 45,53 \times 10^{-3} = 0,04553$$

**Exercice 10**

$$16 = 4^2 \text{ ou } 16 = 2^4$$

$$100\,000 = 10^5$$

$$\frac{25}{36} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$1 = 5^0 = 6^0 \text{ (il y a une infinité de possibilités)}$$

$$\frac{1}{64} = \frac{1}{8^2} = 8^{-2} \text{ ou } \frac{1}{64} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

$$0,09 = 0,3^2$$

**Exercice 11**

$x$	36	6400	1	0,04	12	$10^4$
$\sqrt{x}$	6	80	1	0,2	144	100

**Calcul littéral****Exercice 1**

$$\text{a) } 5x + 3x = 8x$$

$$\text{b) } 5 + 3x : \text{ on ne peut pas simplifier.}$$

$$\text{c) } 9y - 4y = 5y$$

$$\text{d) } 5 \times 3x = 15x$$

$$\text{e) } 6y - 15y = -9y$$

$$\text{f) } 5x \times 3x = 15x^2$$

$$\text{g) } -3x + 6x - 5y - 10y = 3x - 15y$$

### Exercice 2

$$\begin{aligned} A(x) &= 5(x+8) \\ &= 5x + 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(x) &= -4(4+x^2) \\ &= -16 - 4x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= x(2x+5) \\ &= 2x^2 + 5x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(x) &= -2x(5-x) \\ &= -10x + 2x^2 \end{aligned}$$

### Exercice 3

$$\begin{aligned} A(x) &= 6x - 6y \\ &= 6 \times x - 6 \times y \\ &= 6(x - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(x) &= 8x - 16 \\ &= 8 \times x - 8 \times 2 \\ &= 8(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= 8x + x^2 \\ &= 8 \times x + x \times x \\ &= x(8 + x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(x) &= 2x + 3x^3 \\ &= 2 \times x + 3x^2 \times x \\ &= x(2 + 3x^2) \end{aligned}$$

### Exercice 4

$$\begin{aligned} A(x) &= (x+6)(x+8) \\ &= x^2 + 8x + 6x + 48 \\ &= x^2 + 14x + 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(x) &= (x-5)(x+7) \\ &= x^2 + 7x - 5x - 35 \\ &= x^2 + 2x - 35 \end{aligned}$$

Ici, on utilise la double distributivité.

$$\begin{aligned} C(x) &= (2x+4)(4+x) \\ &= 8x + 2x^2 + 16 + 4x \\ &= 2x^2 + 12x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(x) &= (3x-7)(2x+3) \\ &= 6x^2 + 9x - 14x - 21 \\ &= 6x^2 - 5x - 21 \end{aligned}$$

### Exercice 5

On appelle  $x$  un nombre quelconque.

Traduisons les deux programmes à l'aide d'une expression littérale et réduisons les expressions littérales.

#### Programme A

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 3x &= 5x + 10 - 3x \\ &= 2x + 10 \end{aligned}$$

C'est la distributivité simple.

#### Programme B

$$2x + 10$$

Donc Polo a raison.

## Équations

### Exercice 1

$$\begin{aligned} 1) -2 \times (-4) - 5 &= 8 - 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Donc  $-4$  est solution de l'équation  $-2x - 5 = 3$ .

$$\begin{aligned} 2) (-4)^2 + 2 \times (-4) - 3 &= 16 - 8 - 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Comme  $2 \neq 3$  alors  $-4$  n'est pas solution de l'équation  $x^2 + 2x - 3 = 3$ .

### Exercice 2

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 5x + 7 &= 25 \\ 5x + 7 - 7 &= 25 - 7 \\ 5x &= 18 \\ x &= \frac{18}{5} \\ x &= 3,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 7x - 9 &= 3x - 15 \\ 7x - 9 - 3x &= 3x - 15 - 3x \\ 4x - 9 &= -15 \\ 4x - 9 + 9 &= -15 + 9 \\ 4x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{4} \\ x &= -1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 2y + 9 &= 4 - 3y \\ 2y + 9 + 3y &= 4 - 3y + 3y \\ 5y + 9 &= 4 \\ 5y + 9 - 9 &= 4 - 9 \\ 5y &= -5 \\ y &= \frac{-5}{5} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 7t + 22 &= 14 - 4t \\ 7t + 22 + 4t &= 14 - 4t + 4t \\ 11t + 22 &= 14 \\ 11t + 22 - 22 &= 14 - 22 \\ 11t &= -8 \\ t &= \frac{-8}{11} \end{aligned}$$

### Exercice 2


$$\begin{aligned} 5(x - 1) - 3x &= -4x - 8 \\ 5x - 5 - 3x &= -4x - 8 \\ 2x - 5 &= -4x - 8 \\ 2x - 5 + 4x &= -4x - 8 + 4x \\ 6x - 5 &= -8 \\ 6x - 5 + 5 &= -8 + 5 \\ 6x &= -3 \\ x &= \frac{-3}{6} \\ x &= -0,5 \end{aligned}$$

### Exercice 3

On appelle  $x$  le nombre de départ.

L'expression littérale traduisant les calculs de Polo est :

Polo       $\longrightarrow$

L'expression littérale traduisant les calculs de son frère est :

Frère       $\longrightarrow$

On cherche le nombre  $x$  tel que  $8x + 2 = 4x - 6$ .

$$\begin{aligned} 8x + 2 &= 4x - 6 \\ 8x + 2 - 4x &= 4x - 6 - 4x \\ 4x + 2 &= -6 \\ 4x + 2 - 2 &= -6 - 2 \\ 4x &= -8 \\ x &= \frac{-8}{4} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Donc ils ont tapé le nombre  $-2$  au départ.



$$1) \bar{x} = \frac{1 \times 46 + 2 \times 48 + 6 \times 49 + 15 \times 50 + 17 \times 51 + 8 \times 52 + 2 \times 53}{51}$$

$$\bar{x} = \frac{2575}{51}$$

$$\bar{x} \approx 50,5 \text{ cm (arrondi au dixième)}$$

2) L'étendue est égale à :  $53 - 46 = 7 \text{ cm}$ .

3) Comme il y a 51 valeurs alors la médiane est égale à la 26ème valeur, c'est-à-dire **51 cm**.

4) Dans la première maternité, comme la médiane est de 51 cm alors il y a au moins 50 % des bébés qui ont une taille inférieure ou égale à 51 cm.

Dans la deuxième maternité, comme la médiane est de 49 cm alors il y a au moins 50 % des bébés qui ont une taille inférieure ou égale à 49 cm.

**Donc c'est donc la deuxième maternité qui possède un service de prématurés.**

### **Exercice 3**

1) Comme il y a 5 boules vertes parmi 20 boules alors la probabilité de tirer une boule verte est égale à :

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

2) Comme il y a 15 boules qui ne sont pas vertes parmi 20 boules alors la probabilité de tirer une boule non verte est égale à :  $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ .

Autre méthode La probabilité de tirer une boule non verte est égale à :  $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

3) Si la première boule tirée est rouge alors il reste 6 boules rouges, 8 boules bleues et 5 boules vertes.

Alors la probabilité que la seconde boule tirée soit bleue est égale à :  $\frac{8}{19}$ .

### **Exercice 4**

1. Dans l'usine A, il y a 27 composants défectueux sur 500 composants donc la probabilité de prélever un composant défectueux est  $\frac{27}{500}$ .

2. Sur 65 composants défectueux ( $27 + 38 = 65$ ), il y a 27 composants qui proviennent de l'usine A donc la probabilité qu'il provienne de l'usine A est  $\frac{27}{65}$ .

3. Calcul du pourcentage de composants défectueux dans l'usine A :  $\frac{27}{500} \times 100 = 5,4 \%$

Calcul du pourcentage de composants défectueux dans l'usine B :  $\frac{38}{500} \times 100 = 7,6 \%$

Comme  $7,6 > 7$  alors le contrôle n'est pas satisfaisant.

### **Exercice 5**

1)

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30	75	105
Grise	7	8	15
Total	37	83	120

2)a) Calculer la probabilité de sélectionner une souris blanche :  $\frac{105}{120} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8} = 0,875$

b) Calculer la probabilité de sélectionner une souris femelle :  $\frac{83}{120} \approx 0,69$

c) Calculer la probabilité de sélectionner un mâle gris :  $\frac{7}{120} \approx 0,06$

3) Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?  $\frac{30}{105} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \approx 0,28$

## Théorème de Pythagore

### Exercice 1

On sait que SAH est rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit :

$$SA^2 = SH^2 + HA^2$$

$$5,6^2 = SH^2 + 4,5^2$$

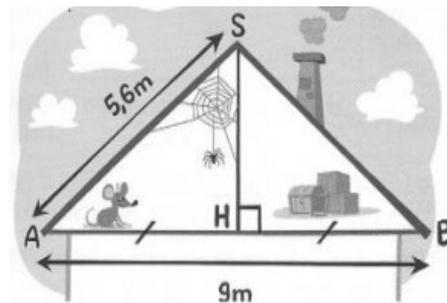
$$31,36 = SH^2 + 20,25$$

$$SH^2 = 31,36 - 20,25$$

$$SH^2 = 11,11$$

$$SH = \sqrt{11,11} \text{ m (valeur exacte)}$$

$$SH \approx 3,3 \text{ m}$$



### Exercice 2

On sait que ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$10^2 = 7^2 + BC^2$$

$$100 = 49 + BC^2$$

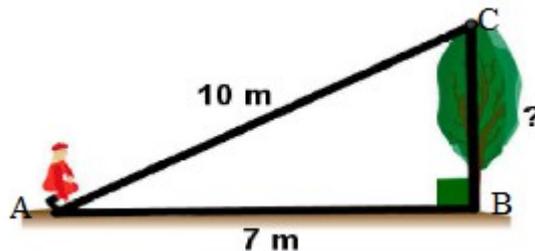
$$BC^2 = 100 - 49$$

$$BC^2 = 51$$

$$BC = \sqrt{51}$$

$$BC \approx 7,14 \text{ m.}$$

La hauteur de l'arbre est environ égale à 7,14 m.



### Exercice 3

On doit calculer le périmètre du quadrilatère ABCD. Il nous manque la longueur BC.

#### Calcul de BC

On sait que BCE est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit :

$$BC^2 = BE^2 + EC^2$$

$$BC^2 = 7,2^2 + 1,8^2$$

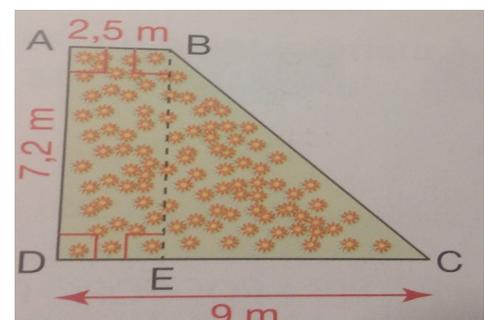
$$BC^2 = 51,84 + 3,24$$

$$BC^2 = 55,08$$

$$BC = \sqrt{55,08}$$

$$BC \approx 7,42 \text{ m.}$$

$$EC = 9 - 7,2 = 1,8 \text{ m}$$



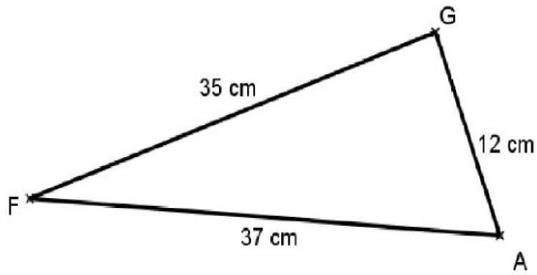
Ainsi le périmètre du quadrilatère ABCD est égal à :

$$AB + BC + CD + DA \approx 2,5 + 7,42 + 9 + 7,2$$

$$\approx 26,12 \text{ m}$$

**Donc Polo dispose assez de bordure.**

### Exercice 4



On sait que [AF] est le côté le plus long dans le triangle AGF.

$$AF^2 = 37^2 = 1369$$

$$\begin{aligned}AG^2 + GF^2 &= 12^2 + 35^2 \\ &= 144 + 1225 \\ &= 1369\end{aligned}$$

Donc  $AF^2 = AG^2 + GF^2$ .

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc **le triangle AGF est rectangle en G.**

## Volumes

### Exercice 1

#### 1) Calcul du volume V d'un pot

$$\begin{aligned}V &= \text{aire de la base} \times \text{hauteur} \\ &= \pi \times R^2 \times h \\ &= \pi \times 3^2 \times 11 \\ &= 99\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$



De plus :  $2,7 \text{ L} = 2,7 \text{ dm}^3 = 2\,700 \text{ cm}^3$  et  $\frac{2700}{99\pi} \approx 8,6$ .

**Donc Polo pourra remplir 8 pots.**

#### 2)

L



La longueur L de l'étiquette est égale à la longueur du disque du cylindre.

$$\begin{aligned}L &= 2 \times \pi \times R \\ L &= 2 \times \pi \times 3 \\ L &= 6\pi \\ L &\approx \mathbf{18,8 \text{ cm}}\end{aligned}$$

## Exercice 2



### Calcul du volume V de la pyramide

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{\text{aire du carré} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{40 \times 40 \times 15}{3}$$

$$V = \frac{24\,000}{3}$$

$$V = 8\,000 \text{ m}^3$$

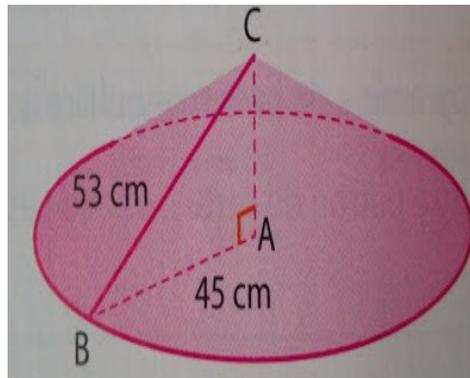
La longueur du côté du carré est égale à  $160 \div 4 = 40 \text{ m}$

### Calcul des 70 % de 8 000 m<sup>3</sup>

$$\frac{70}{100} \times 8\,000 = 0,7 \times 8\,000 = 5\,600 \text{ m}^3$$

**Le volume consacré aux bureaux administratifs est égal à 5 600 m<sup>3</sup>.**

## Exercice 3



### Calcul de la longueur CA

On sait que CBA est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore,

on en déduit :

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$

$$53^2 = CA^2 + 45^2$$

$$2809 = CA^2 + 2025$$

$$CA^2 = 2809 - 2025$$

$$CA^2 = 784$$

$$CA = \sqrt{784}$$

$$CA = 28 \text{ cm}$$

Calcul du volume du cône :

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 45^2 \times 28}{3}$$

$$V = \frac{56700\pi}{3}$$

$$V = 18900\pi \text{ cm}^3$$

$$V \approx 59\,376 \text{ cm}^3$$

## Proportionnalité

### Exercice 1

Volume d'eau écoulee (en L)	45	660
Temps (en min)	3	?

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{3 \times 660}{45}$$

$$? = \frac{1980}{45}$$

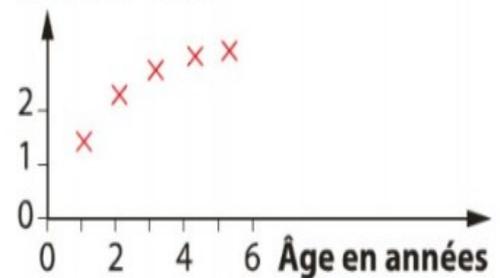
$$? = 44 \text{ min}$$

La piscine sera remplie en **44 minutes**.

### Exercice 3

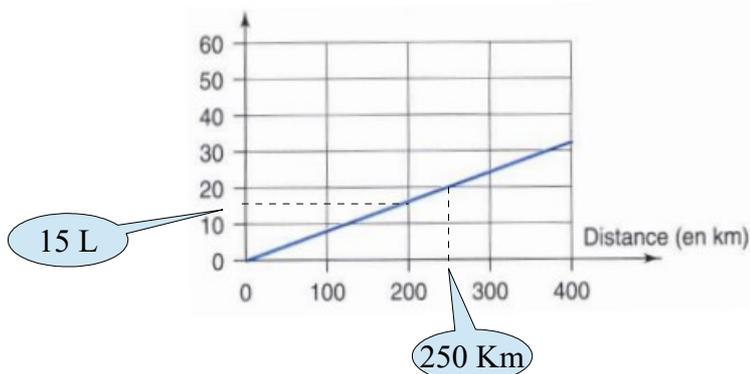
Comme les points du graphique ne sont pas alignés avec l'origine du repère alors **la hauteur de l'arbre n'est pas proportionnelle à son âge**.

Hauteur en m



### Exercice 4

- Comme la courbe représentant la consommation moyenne en essence en fonction du nombre de kilomètres parcourus est une droite passant par l'origine alors **il y a proportionnalité entre ces deux grandeurs**.
- La consommation approximative de cette voiture pour 100 km est **8 litres**.
- Il reste entre 15 L et 20 L dans le réservoir. La distance que cette voiture peut parcourir sans tomber en panne sèche est comprise **entre 200 km et 250 km**.



### Exercice 5

Calcul de l'augmentation

Prix (en €)	100	350
Augmentation (en €)	4	?

Autre méthode pour calculer l'augmentation :  
Comme  $4\% = 0,04$  alors l'augmentation est égale à :  
 $0,04 \times 350 = 14 \text{ €}$ .

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{4 \times 350}{100}$$

$$? = \frac{1400}{100}$$

$$? = 14 \text{ €}$$

Ainsi le montant du loyer en janvier sera de  $350 + 14 = 364 \text{ €}$ .

### Exercice 6

Volume d'air (en L)	15	100
Volume d'oxygène (en L)	3,15	?

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{3,15 \times 100}{15}$$

$$? = \frac{315}{15}$$

$$? = 21$$

Il y a donc **21 %** d'oxygène dans l'air.

### Exercice 7

Prix (en €)	8	100
Réduction (en €)	3	?

$$8 - 5 = 3 \text{ €}$$

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{3 \times 100}{8}$$

$$? = \frac{300}{8}$$

$$? = 37,5$$

Le pourcentage de remise est donc de **37,5 %**.

### Exercice 8

Dans une classe, il y a 50 % de filles et 20 % des filles ont des lunettes.

Sachant que 3 filles ont des lunettes, quel est le nombre total d'élèves dans la classe ?

Calcul du nombre de filles

Nombre de filles	100	?
Nombre de filles portant des lunettes	20	3

$$\times 5$$

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = 3 \times 5 = 15. \text{ Il y a 15 filles dans la classe.}$$

Calcul du nombre d'élèves

Comme 50 % représentent 15 élèves alors il y a  $2 \times 15 = 30$  élèves dans la classe.

### Exercice 9

1)

Distance (en km)	90	36
Temps (en min)	60	?

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{60 \times 36}{90}$$

$$? = \frac{2160}{90}$$

$$? = \mathbf{24 \text{ min}}$$

Polo a mis **24 minutes** pour parcourir 36 kilomètre.

2)

Polo a mis 1 h 20 min = 80 min pour parcourir la distance.

Distance (en km)	60	?
Temps (en min)	60	80

C'est un tableau de proportionnalité.

$$? = \frac{60 \times 80}{60}$$

$$? = \mathbf{80 \text{ km}}$$

La distance parcourue par Polo est de **80 kilomètres**.

### Autre méthode

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{36}{90}$$

$$t = 0,4 \text{ h}$$

$$t = 0,4 \times 60$$

$$t = 24 \text{ min}$$