

Résolutions d'équations produits (NC7)

Nous avons appris à résoudre des équations du premier degré à une inconnue. Dans cette leçon, nous allons apprendre à résoudre certaines équations du deuxième degré à une inconnue, **les équations produits**.

1) Qu'est-ce qu'une équation produit et comment résoudre une telle équation ?

Définition On appelle **équation produit** toute équation de la forme $(4-x)(x+3) = 0$, $x(3x+5) = 0$, $(5x-4)(2x-1) = 0$,

Ces équations sont de degré 2. En effet considérons par exemple l'équation produit $(x-2)(x-3) = 0$.
 $(x-2)(x-3) = 0$ peut s'écrire : $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$ soit $x^2 - 5x + 6 = 0$.

L'inconnue est à l'exposant 2.

Maintenant nous allons apprendre à résoudre de telles équations. Pour cela nous avons besoin de la propriété suivante :

Propriété **Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.**

Donc les solutions d'une équation produit sont les valeurs qui annulent ses facteurs.

Exemple 1 Résoudre l'équation $(x-5)(x+2) = 0$.

$$(x-5)(x+2) = 0 \text{ signifie que :}$$
$$x-5 = 0 \quad \text{ou} \quad x+2 = 0$$
$$x = 5 \quad \quad \quad x = -2$$

Donc -2 et 5 sont les solutions de $(x-5)(x+2) = 0$.

Exemple 2 Résoudre l'équation $(2x+5)(3x-2) = 0$.

$$(2x+5)(3x-2) = 0 \text{ signifie que :}$$
$$2x+5 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x-2 = 0$$
$$2x = -5 \quad \quad \quad 3x = 2$$
$$x = \frac{-5}{2} \quad \quad \quad x = \frac{2}{3}$$

Donc $-\frac{5}{2}$ et $\frac{2}{3}$ sont les solutions de $(2x+5)(3x-2) = 0$.

Exemple 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Elever au carré
- Multiplier par 4
- Soustraire le quintuple du nombre choisi.

Paul pense qu'il n'existe pas de nombres qui donnent pour résultat 0.
A-t-il raison ?

On appelle x le nombre de départ.

Le programme de calcul peut se traduire à l'aide de l'expression littérale : $4x^2 - 5x$

Existe-t-il des nombres x vérifiant $4x^2 - 5x = 0$?

On a factorisé !

On remarque que : $4x^2 - 5x = x(4x - 5)$.

Ainsi résoudre l'équation $4x^2 - 5x = 0$ revient à résoudre l'équation produit $x(4x - 5) = 0$.

$$x(4x-5) = 0 \text{ signifie que :}$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 5 = 0$$
$$4x = 5$$
$$x = \frac{5}{4}$$

Donc Pierre a tort. Il existe deux nombres qui donnent pour résultat 0 : 0 et $\frac{5}{4}$

2) Comment résoudre une équation du type $x^2 = a$?

Exemple 1 Résoudre l'équation $x^2 = 36$.

$$\begin{aligned}x^2 &= 36 \\x^2 - 36 &= 0 \\x^2 - 6^2 &= 0 \\(x - 6)(x + 6) &= 0\end{aligned}$$

On se ramène à la résolution d'une équation produit.

Les solutions de l'équation sont donc **- 6 et 6**.

Exemple 2 Résoudre l'équation $x^2 = 121$.

$$\begin{aligned}x^2 &= 121 \\x^2 - 121 &= 0 \\x^2 - 11^2 &= 0 \\(x - 11)(x + 11) &= 0\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont donc **- 11 et 11**.

Exemple 3 Résoudre l'équation $x^2 = 5$.

$$\begin{aligned}x^2 &= 5 \\x^2 - 5 &= 0 \\x^2 - (\sqrt{5})^2 &= 0 \\(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) &= 0\end{aligned}$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

Les solutions de l'équation sont donc **$-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$** .

Remarque Si a est négatif alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution. En effet le carré d'un nombre est toujours positif !

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
Je dois savoir : - la définition d'une équation produit.	Je dois savoir : - résoudre une équation produit. - résoudre une équation du type $x^2 = a$.

Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les vidéos suivantes :

Résoudre une équation produit :

<https://www.youtube.com/watch?v=APj1WPPNUgo>

Résoudre une équation du type $x^2 = a$:

<https://www.youtube.com/watch?v=VNGFmMt1W3Y>

Exercice d'application :

<https://www.youtube.com/watch?v=4CWk30Ypj04>