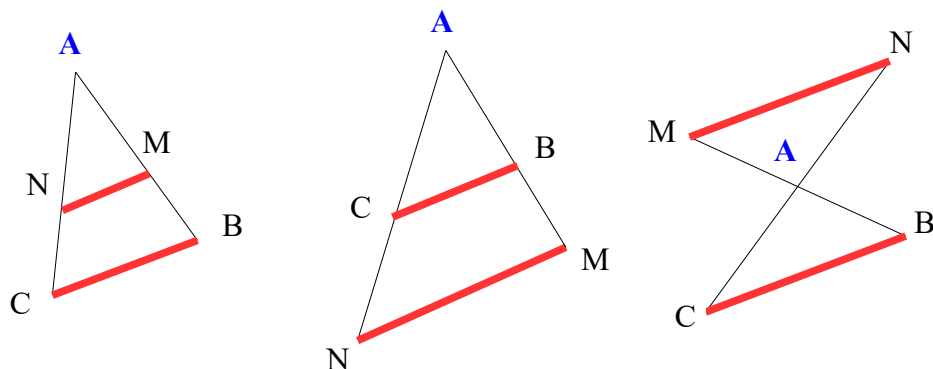


Réciproque du théorème de Thalès (EG8)

Rappel : Théorème de Thalès

Si, nous sommes dans une configuration suivante :



avec les droites (MN) et (BC) parallèles

alors on a l'égalité des quotients : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Ces égalités permettent de trouver une longueur quand on en connaît deux autres.

La réciproque du théorème de Thalès va nous permettre de démontrer que deux droites sont parallèles.

1. Qu'est-ce que la réciproque du théorème de Thalès ?

Théorème

Si :

- les triangles ABC et AMN sont emboîtés ou opposés par le sommet A (avec A,B, M alignés)
- et on a l'égalité des quotients $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (ou $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ ou $\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$)

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarque

Si les quotients ne sont pas égaux, alors les droites ne sont pas parallèles.

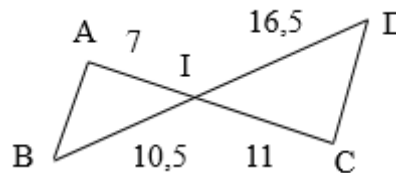
2. Comment démontrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles ?

Rappel

Dire que les quotients $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à dire que les produits en croix $a \times d = b \times c$ sont égaux.

Exemple 1

Voici un dessin codé à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

On sait que les triangles AIB et DIC sont opposés par le sommet I (avec A, I, C alignés).

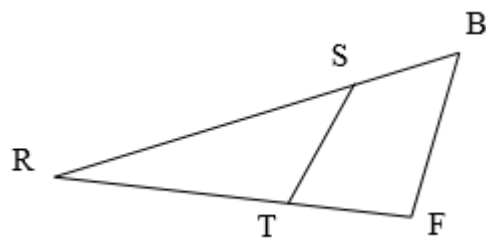
$$\text{On a } \frac{IA}{IC} = \frac{7}{11}, \quad \frac{IB}{ID} = \frac{10,5}{16,5} \quad \text{et } 7 \times 16,5 = 115,5, \quad 11 \times 10,5 = 115,5.$$

$$\text{D'où : } \frac{IA}{IC} \neq \frac{IB}{ID}.$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles.**

Exemple 2

Voici un dessin codé à main levée.



On suppose que :
 $RS = 7 \text{ cm}$, $RB = 9 \text{ cm}$,
 $RT = 4 \text{ cm}$ et $RF = 5 \text{ cm}$.

Les droites (ST) et (BF) sont-elles parallèles ?

On sait que les triangles RST et RBF sont emboîtés (avec R, S et B alignés).

$$\text{On a : } \frac{RS}{RB} = \frac{7}{9}, \quad \frac{RT}{RF} = \frac{4}{5} \quad \text{et } 7 \times 5 \neq 9 \times 4.$$

$$\text{D'où : } \frac{RS}{RB} \neq \frac{RT}{RF}.$$

Donc les droites (ST) et (BF) ne sont donc pas parallèles.

Pour compléter, vous pouvez regarder les deux vidéos suivantes :

<https://www.youtube.com/watch?v=U9XX5w8FeOI>

<https://www.youtube.com/watch?v=-hb1F24QsrI>

SAVOIRS	SAVOIR-FAIRE
<p>Je dois savoir : - la réciproque du théorème de Thalès</p>	<p>Je dois savoir : - utiliser la réciproque du théorème de Thalès (démontrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles).</p>