

## Espace et géométrie : Le théorème de Pythagore (EG3)

Pythagore est un mathématicien grec de la fin du 6<sup>e</sup> siècle avant J.-C. Né dans l'île de Samos, il partit fonder une école proche d'une secte à Crotona, dans le sud de l'actuelle Italie.

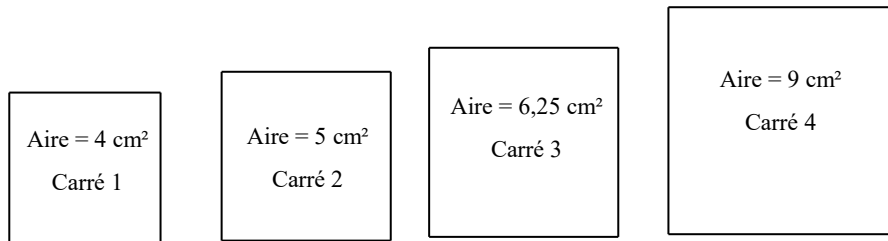
Pythagore y étudiait les mathématiques, la musique, ou la philosophie.

On connaissait la propriété de Pythagore "Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés." bien avant cette époque. On a en effet découvert des tablettes d'argile gravées par les Babyloniens, probablement vers 1800 av J-C, donnant les longueurs des côtés de 15 triangles rectangles différents.

« **Tout n'est que nombre.** » Principe pythagoricien

### Activité

On a représenté quatre carrés positionnés dans l'ordre croissant de leur aire :



Les figures ne sont pas à l'échelle.

Compléter le tableau suivant :

carré	n°1	n°2	n°3	n°4
Longueur $x$ du côté				
Aire du carré	4	5	6,25	9

**Objectif** Découvrir la notion de racine carrée d'un nombre positif

## 1) Qu'est-ce que le carré d'un nombre ?

**Définition** Le carré du nombre  $a$  est le nombre  $a \times a$ . On le note  $a^2$ .

$$a^2 = a \times a$$

### Avec la calculatrice

- La touche  $x^2$  permet de calculer le carré d'un nombre.
- La touche  $\sqrt{\quad}$  permet de calculer **le nombre positif** ( ou une de ses valeurs approchées décimales ) dont on connaît le carré.

On note  $\sqrt{a}$  **le nombre positif** dont le carré est  $a$ .  
 $\sqrt{a}$  se lit « racine carrée de  $a$  ».

### Exemples

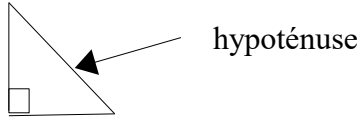
- Le carré du nombre 2 est le nombre 4.
- Le carré du nombre 13,06 est le nombre 170,5636.
- Le **nombre positif** dont le carré est 9 est le nombre 3.  
On note :  $\sqrt{9} = 3$
- Le nombre positif dont le carré est 151,29 est le nombre 12,3. On note :  $\sqrt{151,29} = 12,3$ .
- Le nombre positif dont le carré est 50 est  $\sqrt{50}$ .  
 $\sqrt{50}$  n'a pas de **valeur décimale exacte**. On peut seulement donner des valeurs approchées décimales.

**Attention !** Il y a deux nombres dont le carré est 36. Il y a le nombre positif 6 et il y a aussi le nombre négatif  $-6$ . On le reverra !

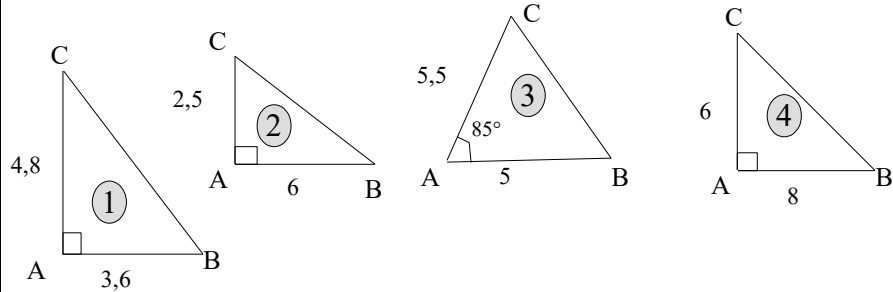
Exercices 16, 17 page 202

## 2) Qu'est-ce que l'hypoténuse d'un triangle rectangle ?

**Définition** Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse**.



**Activité** Voici des dessins codés à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



1) Construire les triangles ci-dessus.

2) Compléter le tableau suivant.

	AB	AC	BC	AB <sup>2</sup>	AC <sup>2</sup>	BC <sup>2</sup>	AB <sup>2</sup> + AC <sup>2</sup>
Triangle 1							
Triangle 2							
Triangle 3							
Triangle 4							

Que remarques-tu ?

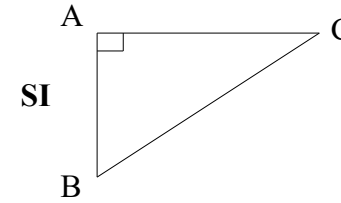
**Objectif** L'activité permet de conjecturer l'égalité de Pythagore sur des exemples. Elle doit se poursuivre par l'utilisation de Géogébra pour augmenter les exemples. ....mais plusieurs exemples ne suffisent pas pour démontrer.....la démonstration est donc nécessaire.....

## 3) Qu'est-ce que le théorème de Pythagore ?

Théorème de Pythagore

*Si un triangle rectangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.*

**Résumé**



SI

ALORS  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

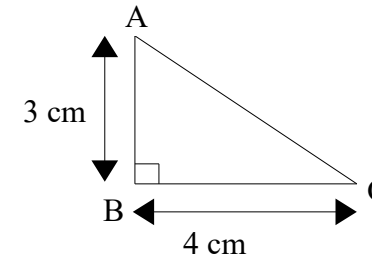
$BC^2 = AB^2 + AC^2$  est appelé l'égalité de Pythagore.

## 4) Comment calculer une longueur dans un triangle rectangle connaissant deux autres longueurs ?

Pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres côtés, on utilise le **Théorème de Pythagore**.

**Exemple 1**

ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 3 cm et BC = 4 cm. Calculer AC.



On sait que le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2.$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 9 + 16$$

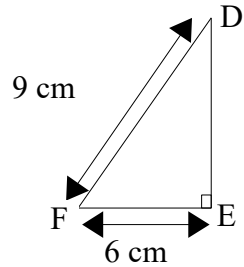
$$AC^2 = 25.$$

De plus  $AC > 0$ , d'où :  $AC = \sqrt{25} = 5$  cm.

### Exemple 2

EDF est un triangle rectangle en E tel que  $FD = 9$  cm et  $FE = 6$  cm.

Calculer ED.



On sait que le triangle EDF est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :

$$DF^2 = ED^2 + EF^2.$$

$$9^2 = ED^2 + 6^2$$

$$81 = ED^2 + 36.$$

$$ED^2 = 81 - 36$$

$$ED^2 = 45.$$

De plus  $ED > 0$ , d'où :  $ED = \sqrt{45} \approx 6,7$  cm ( valeur approchée au dixième).

*Exercices 20, 21 page 202*

*Exercice 25 page 203*

Pour compléter la leçon, vous pouvez regarder les deux vidéos suivantes :

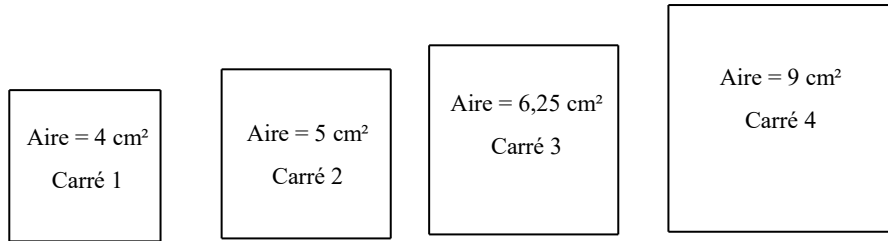
<https://www.youtube.com/watch?v=M9sceJ8gzNc>

[https://www.youtube.com/watch?v=9CIh6GGVu\\_w](https://www.youtube.com/watch?v=9CIh6GGVu_w)

Savoirs	Savoir-faire
<p><b>Je dois savoir :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- la définition du carré d'un nombre.</li><li>- la définition de l'hypoténuse.</li></ul>	<p><b>Je dois savoir :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- déterminer un nombre ( ou une de ses valeurs approchées décimales ) dont on connaît son carré.</li><li>- déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.</li></ul>

### Activité

On a représenté quatre carrés positionnés dans l'ordre croissant de leur aire :



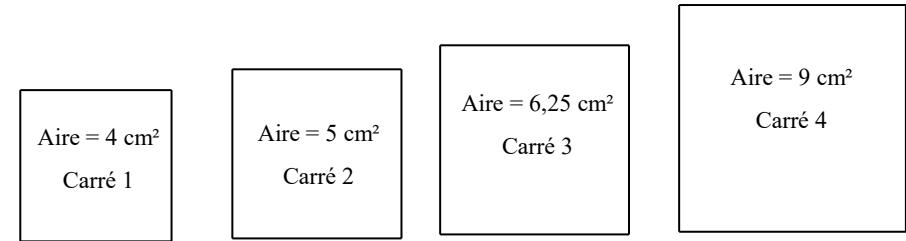
Les figures ne sont pas à l'échelle.

Compléter le tableau suivant :

carré	n°1	n°2	n°3	n°4
Longueur $x$ du côté				
Aire du carré	4	5	6,25	9

### Activité

On a représenté quatre carrés positionnés dans l'ordre croissant de leur aire :



Les figures ne sont pas à l'échelle.

Compléter le tableau suivant :

carré	n°1	n°2	n°3	n°4
Longueur $x$ du côté				
Aire du carré	4	5	6,25	9

### Savoirs

**Je dois savoir :**

- la définition du carré d'un nombre.
- la définition de l'hypoténuse.

### Savoir-faire

**Je dois savoir :**

- déterminer un nombre ( ou une de ses valeurs approchées décimales ) dont on connaît son carré.
- déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.

### Savoirs

**Je dois savoir :**

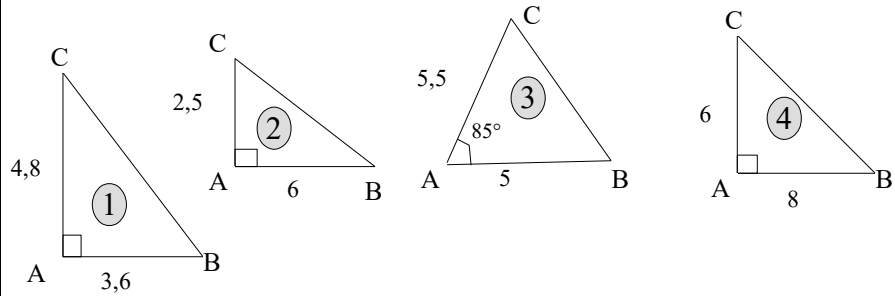
- la définition du carré d'un nombre.
- la définition de l'hypoténuse.

### Savoir-faire

**Je dois savoir :**

- déterminer un nombre ( ou une de ses valeurs approchées décimales ) dont on connaît son carré.
- déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.

**Activité** Voici des dessins codés à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



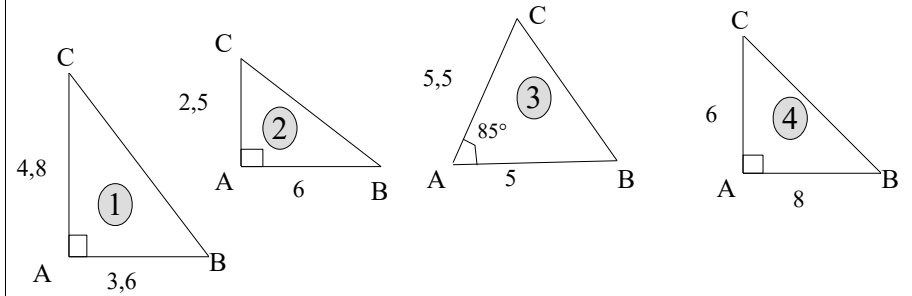
1) Construire les triangles ci-dessus.

2) Compléter le tableau suivant.

	AB	AC	BC	$AB^2$	$AC^2$	$BC^2$	$AB^2 + AC^2$
Triangle 1							
Triangle 2							
Triangle 3							
Triangle 4							

Que remarques-tu ?

**Activité** Voici des dessins codés à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



1) Construire les triangles ci-dessus.

2) Compléter le tableau suivant.

	AB	AC	BC	$AB^2$	$AC^2$	$BC^2$	$AB^2 + AC^2$
Triangle 1							
Triangle 2							
Triangle 3							
Triangle 4							

Que remarques-tu ?