

MATHEZ ÇA !

Mathématiques

Cahier de vacances De la 3ème à la seconde

Année 2022-2023

Voici un cahier de vacances vous permettant de réviser les différentes notions vues en classe de 3ème. Dans ce cahier vous trouverez des exercices classés par thèmes.

Ce cahier reprend une partie des attendus du cycle 4 et propose des exercices d'entraînement pour aborder l'année de seconde dans de bonnes conditions.

Travaillez régulièrement et rédigez proprement les exercices. Une fois les exercices cherchés, vous pourrez vous corriger. Une correction est consultable sur le site <https://mathezca.org>.

Il est important également de relire toutes les leçons vues cette année. Vous pouvez aussi vous entraîner sur les sujets du brevet à l'adresse suivante : <https://www.apmep.fr/-Brevet-344-sujets-tous-corriges->

On vous rappelle qu'il n'y a pas de secret en Mathématiques. Pour progresser, il faut s'entraîner.

« En travaillant assidûment il faut peu de chose pour changer le médiocre en bon et le bon en excellent ». Gustave FLAUBERT

Bonne continuation à tous
Bonnes vacances à tous
Emmanuel MALBOS

Pourquoi faire des Mathématiques ?

Vous pouvez profiter des vacances pour découvrir tous les métiers en lien avec les Mathématiques.

A l'adresse suivante <https://mathezca.org/category/divers/a-quoi-servent-les-maths/>, vous pourrez découvrir trois brochures permettant de découvrir les métiers en lien avec les Mathématiques.

Calcul mental et automatismes

Pour vous entraîner au calcul mental, vous pouvez retrouver les diverses séances de calcul mental faites au cours de l'année avec la correction à l'adresse suivante :

<https://mathezca.org/category/classe-de-3eme/calcul-mental-3eme/>

Calcul fractionnaire

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{4}{9} + \frac{5}{12} \quad B = 1 - \frac{7}{3} \quad C = \frac{7}{4} \times \frac{6}{21} \quad D = \frac{125}{26} \times \frac{13}{25} \quad E = \frac{5}{9} \div \frac{8}{3}$$

Exercice 2

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = 7 - \left(\frac{5}{3} + \frac{44}{6} \right) \quad B = \left(\frac{5}{4} + \frac{4}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right) - \frac{7}{6}$$
$$C = \frac{2 - \frac{6}{5}}{3 - \frac{6}{5}} \quad D = \left(\frac{3}{5} + \frac{9}{10} \right) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \div \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{16} \right)$$

Exercice 3

Dans un refuge de la S.P.A, les trois cinquièmes des animaux sont des chats et les trois dixièmes des animaux sont des chiens.

- Quelle fraction des animaux de la S.P.A ne sont ni des chiens, ni des chats ?
- Les deux septièmes des animaux autres que chiens et chats sont des serpents.
Quelle fraction représente les serpents ?

Exercice 4

Quatre personnes se partagent une somme d'argent. La première prend les $\frac{4}{9}$ de cette somme, la deuxième les $\frac{2}{3}$ de ce qui reste et la troisième prend les $\frac{3}{5}$ du nouveau reste.

Quelle fraction de la somme initiale reste-t-il à la quatrième personne ?

Exercice 5

Déterminer le nombre a tel que $\frac{73}{30} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{a}$.

Puissances – Puissances de 10 – Notation scientifique

Exercice 1 Écrire chaque expression sous forme d'une seule puissance.

$$7^4 \times 7^3 \times 7^2 \quad ; \quad 2^5 \times 8 \quad ; \quad 9 \times 27 \quad ; \quad \frac{8^{12}}{8^5} \quad ; \quad \frac{8^{12}}{8^{20}} \quad ; \quad \frac{6^7 \times 6^2}{6^5} \quad ; \quad 25 \times 5^{-3}.$$

Exercice 2 Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- 1) 3^{-1} est un nombre négatif.
- 2) La moitié de 2^6 est 2^3 .
- 3) Le triple de 3^{-5} est 3^{-4} .

Exercice 3 Compléter le tableau ci-dessous :

x	10^7	10^{-5}	$\frac{1}{10^3}$	$10^{-6} \times 10^4$	$\frac{10^7}{10^5}$	$(10^2)^3$
Écriture décimale de x						

Exercice 4 Compléter :

	Notation scientifique
35240000000	
0,000000000562	
$22,8 \times 10^5$	
$0,28 \times 10^{-7}$	
2490000×10^3	
7856452×10^5	
$0,005 \times 10^5 \times 5$	

Exercice 5

On considère les nombres décimaux : $a = 0,000000005$ et $b = 400000$

Calculer $a \times b$, $a^2 \times b$ et $\frac{b}{a}$. Donner les résultats en notation scientifique.

Exercice 6

Donner la notation scientifique de chaque expression.

$$A = 0,1^5 \times 0,001^2 \times 0,01^2$$

$$B = \frac{9 \times 14 \times 11^2}{15 \times 21 \times 22} :$$

$$C = 2,3^2 \times 153^2 \times (-0,02)^{-4}$$

$$D = \frac{500 \times 10^3 \times 0,0004 \times 10^{-4}}{0,02 \times 10^{-2}}$$

Exercice 7

En ajoutant 4^{15} et 8^{10} , on obtient une puissance de 2. Laquelle ?

Pourcentages

Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous

Valeur de départ	Valeur d'arrivée	Coefficient multiplicateur	Taux d'évolution
220		1,15	
140			Diminution de 20 %
160	138,4		
	158,4		Augmentation de 20 %
	107,01	0,82	

Exercice 2 Vrai ou Faux ?

Si un prix augmente de 10 % puis baisse de 10 % alors on retrouve son prix initial.

Exercice 3

Une éponge sèche a la forme d'un parallélépipède rectangle de volume 100 cm^3 .
Lorsqu'elle est plongée dans l'eau, ses dimensions augmentent de 10 %.
Quel est alors son volume ?



Calcul littéral

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A(x) = x(x + 3)$	$B(x) = x(x^2 + 4)$	$C(x) = x^2(2x + x^2)$
$H(x) = (2x - 3)(3x + 5)$	$G(x) = 2x(5x - 7) - 2$	$C(x) = 3x - (x - 1) - (x + 7)(x + 3)$
$T(x) = (2x + 3)^2$	$E(x) = (6 + 7x)(6 - 7x)$	$F(x) = (4x - 1)^2$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = x^2 + 2x$	$B(x) = 36 - x^2$
$D(u) = 9u^2 + 3u$	$C(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)^2$
$E(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x + 4)$	$G(x) = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1)$

Exercice 3

Effectuer *sans la calculatrice et astucieusement* les calculs suivants (rédiger les intermédiaires) :

$D = 48 \times 99$	$E = 57 \times 101$	$H = 63^2 - 62^2$
--------------------	---------------------	-------------------

Exercice 4

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre entier
Lui ajouter 6
Élever le résultat au carré
Soustraire au résultat le carré du nombre de départ

Polo pense que le résultat du programme de calcul sera toujours un multiple de 3.
Qu'en pensez-vous ?

Équations

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

a) $2 - 3x = 5x$ b) $6x - 4 = 3x + 15$ c) $10(3x - 2) = 4x + 3$ d) $3 - \frac{x}{4} = 5 - x$

e) $(4x - 1) - (2 - 3x) = 3x - 5(2 - x) + 1$ f) $2x(3x - 1) = 0$ g) $(3x + 1)(5x - 3) = 0$

h) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1 - \frac{x}{4}$

Exercice 2

Polo parcourt 100 km en 3 jours.

Le deuxième jour il parcourt 10 km de moins que le premier jour.

Le troisième jour il parcourt le double de ce qu'il a parcouru le deuxième jour.

Calculer les distances parcourues le premier, le deuxième et le troisième jour.

Exercice 3

Quand on augmente un entier de 3, son carré augmente de 57. Quel est cet entier ?

Exercice 4

Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme soit 1515.

Exercice 5

Trouver trois nombres entiers consécutifs tels que la différence entre le carré du plus grand et le produit des deux autres soit égale à 715.

Exercice 6

La somme des $\frac{2}{3}$ d'un nombre et du cinquième de ce nombre est égale à 45. Quel est ce nombre ?

Fonctions

Exercice 1

Compléter le tableau suivant sur une fonction f :

Langage courant	Notation mathématique
L'image de 2 par la fonction f est 3.	$f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
- 5 est l'image de 6 par la fonction f .	$f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
8 est l'antécédent de 4 par la fonction f .	$f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
7 a pour antécédent - 2 par la fonction f	$f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
5 a pour	$f(5) = - 1$
2,7 a pour	$f(6) = 2,7$

Exercice 2 On considère la fonction f définie par $f(x) = 5x + 3$

- 1) Calculer l'image de 2 par la fonction f .
- 2) Que vaut $f(-3)$?
- 3) Quels sont les antécédents de - 7 par la fonction f ?

Exercice 3 On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 5$

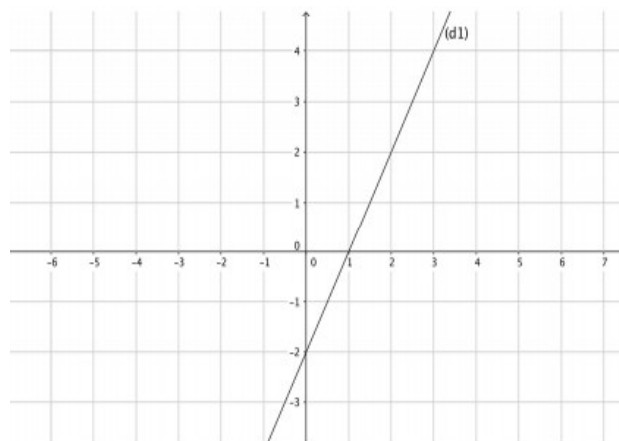
- 1) Calculer l'image de 6 par la fonction g .
- 2) Que vaut $g(-3)$?

Exercice 4

À partir du repère ci-dessus :

- 1) Lire l'expression de la fonction f_1 représentée graphiquement par la droite (d1) : $f_1(x) = \dots\dots\dots$
- 2) Voici le tableau de valeurs d'une fonction affine f_2 .

x	- 2	4
$f_2(x)$	4	1



Placer les points correspondants dans le repère ci-contre puis tracer la droite représentant f_2 puis lire l'expression de cette fonction : $f_2(x) = \dots\dots\dots$

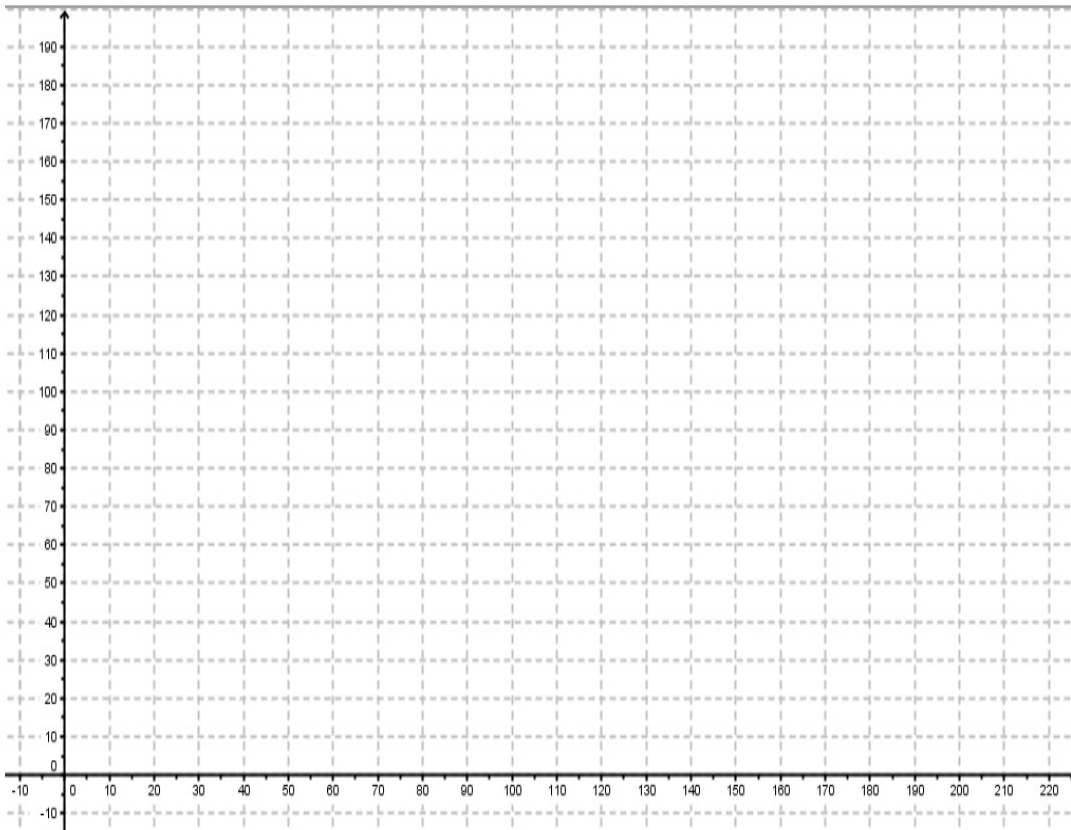
Exercice 5

Voici les tarifs chez différents loueurs de voitures pour une journée :

Loueur 1	0,90 € par km parcouru.
Loueur 2	60 € par jour et 0,40 € par km parcouru.

- 1) Polo parcourt 150km. Combien paiera-t-il avec le loueur 1 ? avec le loueur 2 ?
- 2) On appelle x le nombre de km parcourus.
 f est la fonction qui donne le prix payé avec le loueur 1 en fonction de x .
 g est la fonction qui donne le prix payé avec le loueur 2 en fonction de x .
 Donner l'expression de f et de g .
- 3) Calculer $f(60)$. Interpréter ce résultat.

4) Représenter les fonctions f et g dans le repère ci-dessous :

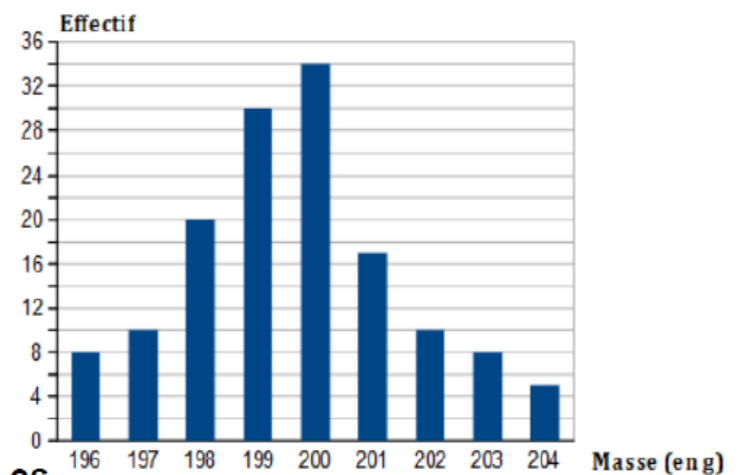


- 5) a) Lire sur le graphique pour combien de kilomètres le prix payé avec le loueur 1 sera le même que le prix payé avec le loueur 2 .
 b) Retrouver ce résultat par le calcul.

Statistiques et Probabilité

Exercice 1 Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat. On pèse une partie de celles-ci pour vérifier leurs masses. Les résultats obtenus sont donnés par le diagramme ci-dessous.

- 1) Calculer la masse moyenne d'une tablette.
- 2) Déterminer l'étendue de cette série des masses.
- 3) Déterminer la masse médiane d'une tablette.
- 4) Moins de 20 % des tablettes doivent avoir une masse inférieure ou égale à 197 g. Est-ce le cas pour l'échantillon prélevé ?



Exercice 2

Dans une maternité on a enregistré la taille des bébés nés sur une période d'un mois.

Taille (en cm)	46	48	49	50	51	52	53
Effectif	1	2	6	15	17	8	2

- 1) Calculer la taille moyenne d'un bébé.
- 2) Déterminer l'étendue de cette série des tailles.
- 3) Déterminer la taille médiane d'un bébé.
- 4) Dans une autre maternité, ce même mois, le relevé de la taille des bébés qui y sont nés a permis d'obtenir les résultats suivants :

Taille minimum	Taille médiane	Taille moyenne	Taille maximum
46 cm	49 cm	50,5 cm	54 cm

Une de ces deux maternités possède un service accueillant les bébés prématurés. De laquelle s'agit-il ?

Exercice 3

Dans un laboratoire, on élève des souris dont voici des caractéristiques :

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30		
Grise		8	
Total	37		120

- 1) Compléter le tableau.
Dans la suite de l'exercice les résultats seront arrondis au centième.
- 2) On prend une souris parfaitement au hasard pour une expérience.
 - a) Calculer la probabilité de sélectionner une souris blanche :
 - b) Calculer la probabilité de sélectionner une souris femelle :
 - c) Calculer la probabilité de sélectionner un mâle gris :
- 3) On prend une souris blanche.
Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?

Exercice 4

Pour fêter son anniversaire, Polo a acheté à la boutique deux boîtes de macarons.

La boîte **numéro 1** est composée de : 4 macarons chocolat, 3 macarons café, 2 macarons vanille et 3 macarons caramel.

La boîte **numéro 2** est composée de : 2 macarons chocolat, 1 macaron fraise, 1 macaron framboise et 2 macarons vanille.

On suppose dans la suite que les macarons sont indiscernables au toucher.

- 1) Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ?
- 2) Au bout d'une heure il reste 3 macarons chocolat et 2 macarons café dans la boîte numéro 1 et 2 macarons chocolat et 1 macaron fraise dans la boîte numéro 2.
Polo n'aime pas le chocolat mais apprécie tous les autres parfums. S'il choisit un macaron au hasard dans la boîte numéro 1, puis un second dans la boîte numéro 2, quelle est la probabilité qu'il obtienne deux macarons qui lui plaisent ?

Exercice 5

Un bus transporte des élèves pour une compétition multi-sports. Il y a là 10 joueurs de ping-pong, 12 coureurs de fond et 18 gymnastes. Lors d'un arrêt, ils sortent du bus en désordre.

- 1) Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ?
- 2) Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ?
- 3) Après cet arrêt, ils remontent dans le bus et ils accueillent un groupe de nageurs. Sachant que la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de $\frac{1}{5}$, déterminer le nombre de nageurs présents dans le bus.

Exercice 6

Si le temps est sec (S) un jour alors la probabilité qu'il soit sec le lendemain est de $\frac{4}{5}$. Si le temps est humide (H) un jour alors la probabilité qu'il soit humide le lendemain est de $\frac{3}{4}$. Aujourd'hui lundi, le temps est sec.

- 1) Quelle est la probabilité que le temps soit sec mardi ? Humide mardi ?
- 2) Si le temps est humide un jour quelle est la probabilité qu'il soit sec le lendemain ?
- 3) a) Construire un arbre pour schématiser cette situation et indique sur chaque branche la probabilité correspondante.
b) Quelle est alors la probabilité que le temps soit sec mercredi ?
- 4) En supposant que le temps soit humide le lundi, quelle est alors la probabilité qu'il soit sec le mercredi ? Humide le mercredi ?

Exercice 7

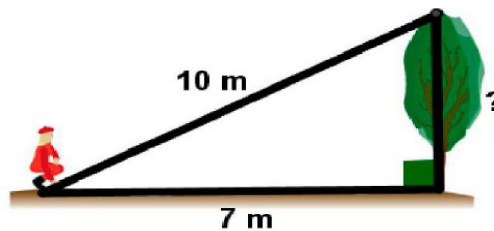
Pour un tirage au hasard, on a placé dans une urne 25 boules de même taille, les unes blanches, les autres noires. La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32.

- 1) Calculer le nombre de boules blanches.
- 2) En déduire le nombre de boules noires.
- 3) Calculer la probabilité de tirer une boule noire.

Théorème de Pythagore – Théorème de Thalès - Trigonométrie

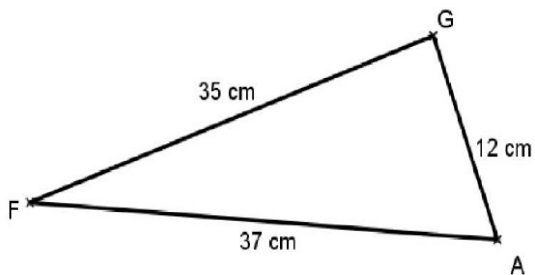
Exercice 1

Calculer la hauteur, arrondie au centimètre près, de l'arbre



Exercice 2

Le triangle GAF est-il rectangle ?



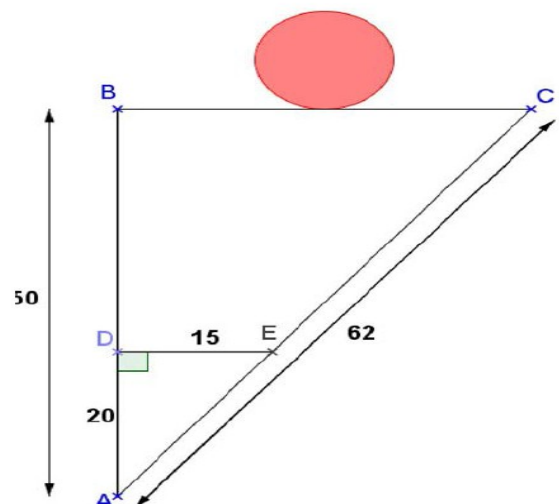
Exercice 3

Dans cet exercice, les longueurs sont en centimètres.

Une étagère [BC] est fixée contre un mur vertical [AB].
Le support [DE] est horizontal.

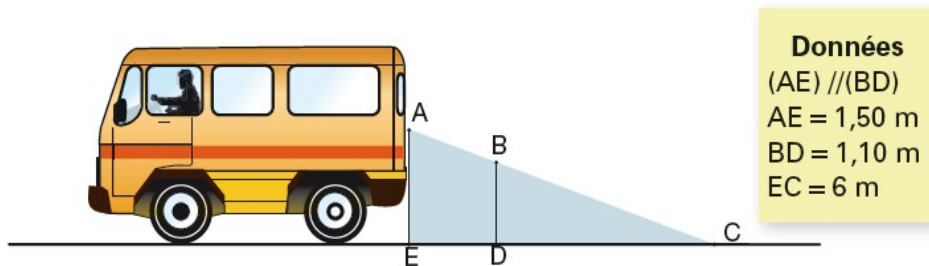
On pose un ballon sur l'étagère [BC].

La ballon va-t-il rouler ?



Exercice 4

En se retournant lors d'une marche arrière, Polo, le conducteur voit le sol à 6 m derrière sa camionnette. Sur le schéma, la zone grisée correspond à ce que le conducteur ne voit pas lorsqu'il regarde en arrière.



- Calculer DC.
- En déduire que $ED = 1,60$ m.
- Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette. Polo peut-il la voir ? Expliquer.

Exercice 5

IJK est un triangle rectangle en K. On sait que $JK = 27$ cm et $\widehat{KJI} = 41^\circ$. Calculer la longueur IK.

Exercice 6

Une échelle de 2 mètres est appuyée contre un mur.

On considère que cette échelle est stable lorsque l'angle entre le sol et l'échelle est compris entre 65° et 70° .

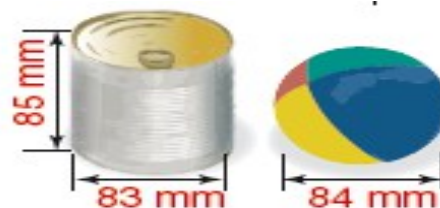
Si le pied de l'échelle est positionné à 80 cm du mur, peut-on dire que l'échelle est stable ?



Périmètres, aires et volumes

Exercice 1

Polo affirme : « La surface latérale de la boîte de conserves et la surface de ma balle ont la même aire ». A-t-il raison ?



Exercice 2

Pour être utilisé en compétition du lancer du poids, un poids doit vérifier les conditions indiquées dans le tableau ci-dessous.

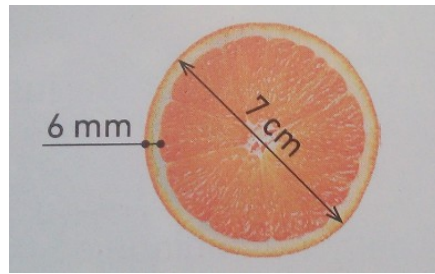
Poids	Homme	Femme
Diamètre	de 110 à 130 mm	de 95 à 110 mm
Masse	de 7,26 à 7,285 kg	de 4 à 4,025 kg

Un poids de diamètre 12 cm est composé d'un métal ayant une masse volumique de 8 g/cm^3 .

Pourra-t-il être utilisé en compétition ?

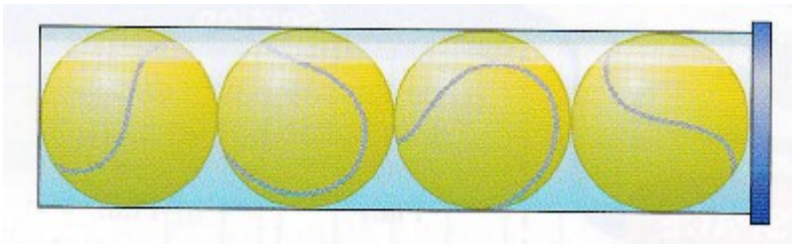
Exercice 3

Calculer le pourcentage de chair comestible dans cette orange.



Exercice 4

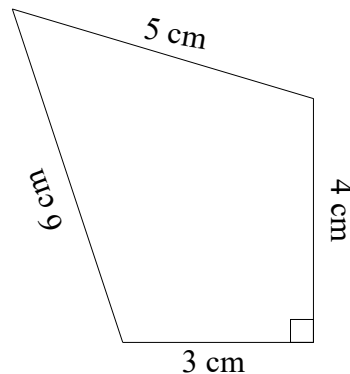
Polo a acheté un lot de quatre balles de chacune de diamètre 6,5 cm.
Pour les transporter, il utilise un tube.



Calculer le volume du tube non occupé par les balles de tennis.

Exercice 5

Voici un dessin codé à main levée.



Déterminer l'aire du quadrilatère ci-contre.

Grandeurs composées

Exercice 1

Un conducteur met 1 s avant de commencer à freiner quand il voit un obstacle.

Quelle distance parcourt-il pendant cette durée s'il roule à 80 km/h ?



Exercice 2

Un satellite à 300 km d'altitude est en orbite circulaire autour de la Terre à une vitesse de 7,8 km/s.
Calculer le temps nécessaire pour effectuer un tour (le rayon de la Terre mesure 6 371 km).

Exercice 3

Une feuille d'or de surface d'aire 10 cm^2 a une masse de 12 mg .

- 1) Quelle est la masse surfacique, en milligrammes par centimètre carré, de cette feuille d'or ?
- 2) Convertir cette grandeur en grammes par mètre carré.

Exercice 4

Voici des renseignements sur le vol d'un avion.

Distance : 8 000 km
Passagers : 320
Carburant : 92 160 L
CO ₂ émis : 230,4 t

Calculer pour un passager de ce vol :

- a) sa consommation de carburant en L/100 km ;
- b) ses émissions de CO₂ en g/km.

Exercice 5

Polo monte sur une montagne et redescend par le même chemin.

A l'aller, sa vitesse est de 3 km/h . Au retour, elle vaut 7 km/h .

Quelle est la vitesse moyenne de Polo sur l'ensemble du trajet ?

