Mathématiques
Cahier de vacances
de la 3ème à la seconde
Correction

Calcul fractionnaire

Exercice 1

$A = \frac{4}{9}+\frac{5}{12}$

$A = \frac{4\times\mathbf{4}}{9\times\mathbf{4}}+\frac{5\times\mathbf{3}}{12\times\mathbf{3}}$

$A = \frac{16}{36}+\frac{15}{36}$

$A = \mathbf{\frac{31}{36}}$

$B = 1-\frac{7}{3}$

$B = \frac{3}{3}-\frac{7}{3}$

$B = \mathbf{\frac{-4}{3}}$

$C = \frac{7}{4}\times\frac{6}{21}$

$C = \frac{7\times2\times3}{2\times2\times3\times7}$

$C = \mathbf{\frac{1}{2}}$

On décompose en produit de facteurs premiers puis on simplifie par 2, 3 et 7.

$E = \frac{125}{26}\times\frac{13}{25}$

$E = \frac{5\times5\times5\times13}{2\times13\times5\times5}$

$C = \mathbf{\frac{5}{2}}$

On décompose en produit de facteurs premiers puis on simplifie par 5, 5 et 13.

$F = \frac{5}{9}\div\frac{8}{3}$

$F = \frac{5}{9}\times\frac{3}{8}$

$F = \frac{5\times3}{3\times3\times8}$

$F = \mathbf{\frac{5}{24}}$

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Exercice 2

$A = 7-\left(\frac{5}{3}+\frac{44}{6}\right)$

$A = 7-\left(\frac{10}{6}+\frac{44}{6}\right)$

$A = 7-\frac{54}{6}$

$A = \frac{42}{6}-\frac{54}{6}$

$A = \frac{-12}{6}$

$A = \mathbf{-2}$

$B = \left(\frac{5}{4}+\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\right)-\frac{7}{6}$

$B = \left(\frac{15}{12}+\frac{16}{12}\right)-\left(\frac{9}{6}+\frac{2}{6}\right)-\frac{7}{6}$

$B = \frac{31}{12}-\frac{10}{6}-\frac{7}{6}$

$B = \frac{31}{12}-\frac{20}{12}-\frac{14}{12}$

$B = \frac{-3}{12}$

$B = \mathbf{\frac{-1}{4}}$

$C = \frac{2-\frac{6}{5}}{3-\frac{6}{5}}$

$C = \frac{\frac{10}{5}-\frac{6}{5}}{\frac{15}{5}-\frac{6}{5}}$

$C = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{5}}$

$C = \frac{4}{5}\times\frac{5}{9}$

$C = \mathbf{\frac{4}{9}}$

$$D = \left(\frac{3}{5}+\frac{9}{10}\right)\times\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{16}\right)$$
$$D = \left(\frac{6}{10}+\frac{9}{10}\right)\times\left(\frac{8}{12}+\frac{3}{12}\right)\div\left(\frac{36}{16}-\frac{3}{16}\right)$$
$$D = \frac{15}{10}\times\frac{11}{12}\div\frac{33}{16}$$

La multiplication est prioritaire.

$$D = \frac{3\times5\times11}{2\times5\times3\times4}\div\frac{33}{16}$$
$$D = \frac{11}{8}\div\frac{33}{16}$$
$$D = \frac{11}{8}\times\frac{16}{33}$$
$$D = \frac{11\times8\times2}{8\times3\times11}$$
$$D = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

Exercice 3

a) $1-\frac{3}{5}-\frac{3}{10} = \frac{10}{10}-\frac{6}{10}-\frac{3}{10}$

$= \frac{1}{10}$

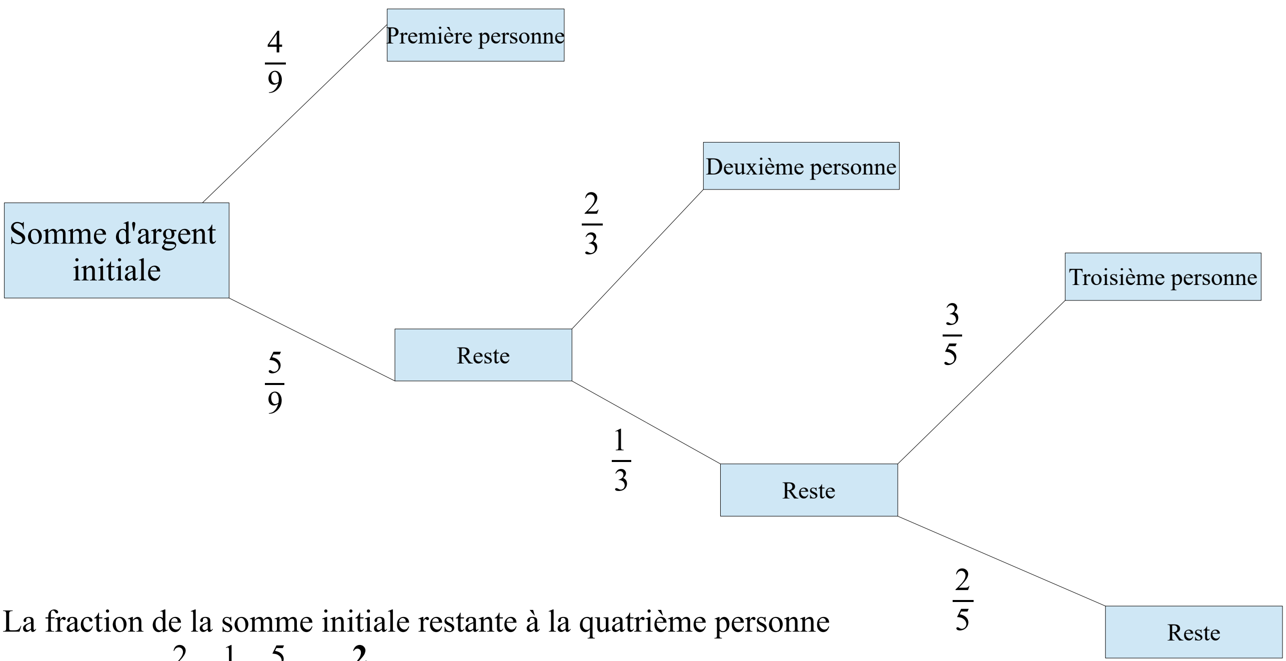
$\mathbf{\frac{1}{10}}$ **des animaux sont ni des chiens, ni des chats.**

b) On doit calculer les $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{10}$:

$\frac{2}{7}\times\frac{1}{10} = \frac{2}{70} = \frac{1}{35}$.

$\mathbf{\frac{1}{35}}$ **des animaux sont des serpents.**

Exercice 4



La fraction de la somme initiale restante à la quatrième personne est égale à : $\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{5}{9} = \mathbf{\frac{2}{27}}$

Exercice 5

$$\frac{73}{30}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{a}.$$

$$\frac{73}{30}=\frac{1}{120}\times\frac{1}{a}$$

$$\frac{73}{30}=\frac{1}{120\,a}$$

$$120\,a\times73 = 30\times1$$

On utilise le produit en croix.

$$8760\,a = 30$$

$$a = \frac{30}{8760}$$

$$a = \mathbf{\frac{1}{292}}$$

Puissances – Puissances de 10 – Notation scientifique

Exercice 1

$7^4\times7^3\times7^2=\mathbf{7^9}$; $2^5\times8=2^5\times2^3=\mathbf{2^8}$; $9\times27=3^2\times3^3=\mathbf{3^5}$; $\frac{8^{12}}{8^5}=\mathbf{8^7}$

$\frac{8^{12}}{8^{20}}=\mathbf{8^{-8}}$; $\frac{6^7\times6^2}{6^5}=\frac{6^9}{6^5}=\mathbf{6^4}$; $25\times5^{-3}=5^2\times5^{-3}=\mathbf{5^{-1}}$.

Exercice 2

1) L'affirmation est **fausse** : $3^{-1}=\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$ est un nombre positif.
2) L'affirmation est **fausse** : $2^6\div2=\frac{2^6}{2}=2^5$.
3) L'affirmation est **vraie** : $3\times3^{-5}=3^{-4}$.

Exercice 3

x	10^7	10^{-5}	$\frac{1}{10^3}$	$10^{-6}\times10^4$	$\frac{10^7}{10^5}$	$(10^2)^3$
Écriture décimale de *x*	**10 000 000**	**0,00001**	**0,001**	**0,01**	**100**	**1 000 000**

Exercice 4

	Notation scientifique
35240000000	$\mathbf{3{,}524\times10^{10}}$
0,000000000562	$\mathbf{5{,}62\times10^{-10}}$
$22{,}8\times10^5$	$\mathbf{2{,}28\times10^6}$
$0{,}28\times10^{-7}$	$\mathbf{2{,}8\times10^{-8}}$
2490000×10^3	$\mathbf{2{,}49\times10^9}$
7856452×10^5	$\mathbf{7{,}856452\times10^{11}}$
$0{,}005\times10^5\times5$	$\mathbf{2{,}5\times10^3}$

Exercice 5

Écrivons a et b en notation scientifique :

$a=5\times10^{-9}$ et $b=4\times10^{5}$

Ainsi on a :

$$\begin{aligned} a\times b &= 5\times10^{-9}\times4\times10^{5} \\ &= 5\times4\times10^{-9}\times10^{5} \\ &= 20\times10^{-4} \\ &= \mathbf{2\times10^{-3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2\times b &= (5\times10^{-9})^2\times4\times10^{5} \\ &= 5\times10^{-9}\times5\times10^{-9}\times4\times10^{5} \\ &= 5\times5\times4\times10^{-9}\times10^{-9}\times10^{5} \\ &= 100\times10^{-13} \\ &= \mathbf{10^{-11}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{5\times10^{-9}}{4\times10^{5}} \\ &= \frac{5}{4}\times\frac{10^{-9}}{10^{5}} \\ &= \mathbf{1{,}25\times10^{-14}} \end{aligned}$$

Exercice 6

$$\begin{aligned} A &= 0{,}1^5\times0{,}001^2\times0{,}01^2 \\ &= (10^{-1})^5\times(10^{-3})^2\times(10^{-2})^2 \\ &= 10^{-5}\times10^{-6}\times10^{-4} \\ &= 10^{-5+(-6)+(-4)} \\ &= \mathbf{10^{-15}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{9\times14\times11^2}{15\times21\times22} \\ &= \frac{3\times3\times2\times7\times11^2}{3\times5\times3\times7\times2\times11} \\ &= \frac{11}{5} \\ &= \mathbf{2{,}2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2{,}3^2\times153^2\times(-0{,}02)^{-4} \\ &= (2{,}3\times153)^2\times(-2\times10^{-2})^{-4} \\ &= 351{,}9^2\times(-2)^{-4}\times10^{8} \\ &= \frac{351{,}9^2\times10^{8}}{(-2)^4} \\ &= \frac{123833{,}61}{16}\times10^{8} \\ &= 7739{,}600625\times10^{8} \\ &= \mathbf{7{,}739600625\times10^{11}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{500\times10^3\times0{,}0004\times10^{-4}}{0{,}02\times10^{-2}} \\ &= \frac{5\times10^2\times10^3\times4\times10^{-4}\times10^{-4}}{2\times10^{-2}\times10^{-2}} \\ &= \frac{5\times4\times10^2\times10^3\times10^{-4}\times10^{-4}}{2\times10^{-2}\times10^{-2}} \\ &= \frac{20\times10^{-3}}{2\times10^{-4}} \\ &= \frac{2\times10\times10^{-3}}{2\times10^{-4}} \\ &= \frac{10^{-2}}{10^{-4}} \\ &= \mathbf{10^{2}} \end{aligned}$$

Exercice 7

$$\begin{aligned} 4^{15}+8^{10} &= (2^2)^{15}+(2^3)^{10} \\ &= 2^{30}+2^{30} \\ &= 2\times2^{30} \\ &= \mathbf{2^{31}} \end{aligned}$$

Pourcentages

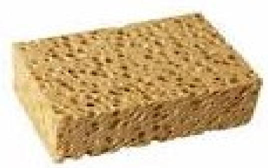
Exercice 1

Valeur de départ	Valeur d'arrivée	Coefficient multiplicateur	Taux d'évolution
220	**253**	1,15	**Augmentation de 15 %**
140	**112**	**0,8**	Diminution de 20 %
160	138,4	**0,865**	**Diminution de 13,5 %**
132	158,4	**1,2**	Augmentation de 20 %
130,05	107, 01	0,82	**Diminution de 18 %**

Exercice 2 **Vrai ou Faux ?**

Faux :
Si un article coûte 100 € alors après une augmentation de 10 % son prix sera de : $1,1 \times 100 = 110$ € puis après une baisse de 10 % son prix sera de : $0,9 \times 110 = 99$ €.
Ainsi une augmentation de 10 % suivi d'une baisse de 10 % correspond à une baisse de 1 %.

Exercice 3
Comme les dimensions de l'éponge augmentent de 10 % et augmenter une quantité de 10 % revient à multiplier cette quantité par 1,1 alors l'éponge plongée dans l'eau « correspond » à un agrandissement de coefficient 1,1 de l'éponge sèche donc l'éponge plongée dans l'eau a pour volume :



$$1,1^3 \times 100 = 1,331 \times 100 = \mathbf{133,1}\ \ \mathbf{cm^3}$$

Calcul littéral

Exercice 1

$A(x) = x(x+3)$ $= \mathbf{x^2 + 3x}$	$B(x) = x(x^2+4)$ $= \mathbf{x^3 + 4x}$	$C(x) = x^2(2x + x^2)$ $= \mathbf{2x^3 + x^4}$
$H(x) = (2x-3)(3x+5)$ $= 6x^2 + 10x - 9x - 15$ $= \mathbf{6x^2 + x - 15}$	$G(x) = 2x(5x-7) - 2$ $= \mathbf{10x^2 - 14x - 2}$	$C(x) = 3x - (x-1) - (x+7)(x+3)$ $= 3x - x + 1 - (x^2 + 3x + 7x + 21)$ $= 3x - x + 1 - x^2 - 3x - 7x - 21$ $= \mathbf{-x^2 - 8x - 20}$
$T(x) = (2x+3)^2$ $= (2x+3)(2x+3)$ $= 4x^2 + 6x + 6x + 9$ $= \mathbf{4x^2 + 12x + 9}$	$E(x) = (6+7x)(6-7x)$ $= 6^2 - (7x)^2$ $= \mathbf{36 - 49x^2}$	$F(x) = (4x-1)^2$ $= (4x-1)(4x-1)$ $= 16x^2 - 4x - 4x + 1$ $= \mathbf{16x^2 - 8x + 1}$

Exercice 2

$A(x) = x^2 + 2x$ ← *x est un facteur commun* $= \mathbf{x(x+2)}$	$B(x) = 36 - x^2$ $= 6^2 - x^2$ ← *C'est une identité remarquable.* $= \mathbf{(6-x)(6+x)}$
$D(u) = 9u^2 + 3u$ $= 3u \times 3u + 3u \times 1$ ← *3u est un facteur commun* $= \mathbf{3u(3u+1)}$	$C(x) = 7x(x-4) + (x-4)^2$ ← *x – 4 est un facteur commun* $= 7x \times (x-4) + (x-4) \times (x-4)$ $= (x-4)[7x + (x-4)]$ $= (x-4)(7x + x - 4)$ $= \mathbf{(x-4)(8x-4)}$

$E(x) = (x+1)(2x+5) - (x+1)(3x+4)$ ← $x + 1$ *est un facteur commun* $= (x+1) \times (2x+5) - (x+1) \times (3x+4)$ $= (x+1)[(2x+5) - (3x+4)]$ $= (x+1)(2x+5-3x-4)$ $\mathbf{= (x+1)(-x+1)}$
$G(x) = (2-x)(3x+1) + (3x+1)$ ← $3x + 1$ *est un facteur commun* $= (2-x) \times (3x+1) + (3x+1) \times 1$ $= (3x+1)[(2-x)+1]$ $= (3x+1)(2-x+1)$ $\mathbf{= (3x+1)(3-x)}$

Exercice 3

$D = 48 \times 99$ $= 48 \times (100-1)$ $= 48 \times 100 - 48 \times 1$ $= 4\,800 - 48$ $= \mathbf{4752}$	$E = 57 \times 101$ $= 57 \times (100+1)$ $= 57 \times 100 + 57 \times 1$ $= 5\,700 + 57$ $= \mathbf{5\,757}$	$H = 63^2 - 62^2$ $= (63-62)(63+62)$ ← *C'est une identité remarquable.* $= 1 \times 125$ $\mathbf{= 125}$

Exercice 4

On appelle x un nombre entier quelconque. Réalisons le programme de calcul avec le nombre x :

$$\begin{aligned}(x+6)^2 - x^2 &= (x+6)(x+6) - x^2 \\ &= x^2 + 6x + 6x + 36 - x^2 \\ &= 12x + 36 \\ &= \mathbf{3}\,(4x+12)\end{aligned}$$

Ainsi $(x+6)^2 - x^2$ est un multiple de 3. **Donc Polo a raison.**

Équations

Exercice 1

a)
$$\begin{aligned}2-3x&=5x\\ 2-3x+3x&=5x+3x\\ 2&=8x\\ \frac{2}{8}&=x\\ \mathbf{\frac{1}{4}}&\mathbf{=x}\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}6x-4&=3x+15\\ 6x-4-3x&=3x+15-3x\\ 3x-4&=15\\ 3x-4+4&=15+4\\ 3x&=19\\ \mathbf{x}&\mathbf{=\frac{19}{3}}\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}10(3x-2)&=4x+3\\ 30x-20&=4x+3\\ 30x-20-4x&=4x+3-4x\\ 26x-20&=3\\ 26x-20+20&=3+20\\ 26x&=23\\ \mathbf{x}&\mathbf{=\frac{23}{26}}\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}3-\frac{x}{4}&=5-x\\ 3-\frac{x}{4}+x&=5-x+x\\ 3+\frac{3}{4}x&=5\\ 3+\frac{3}{4}x-3&=5-3\\ \frac{3}{4}x&=2\\ x&=\frac{2}{\frac{3}{4}}\\ x&=2\times\frac{4}{3}\\ \mathbf{x}&\mathbf{=\frac{8}{3}}\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}(4x-1)-(2-3x)&=3x-5(2-x)+1\\ 4x-1-2+3x&=3x-10+5x+1\\ 7x-3&=8x-9\\ 7x-3-7x&=8x-9-7x\\ -3&=x-9\\ -3+9&=x-9+9\\ \mathbf{6}&=\boldsymbol{x}\end{aligned}$$

f) $2x(3x-1)=0$ signifie que :

$2x=0$ **<u>ou</u>** $3x-1=0$

$\boldsymbol{x=0}$ $\quad$ $3x=1$

$\boldsymbol{x=\frac{1}{3}}$

g) $(3x+1)(5x-3)=0$ signifie que :

$3x+1=0$ **<u>ou</u>** $5x-3=0$

$3x=-1$ $\quad$ $5x=3$

$\boldsymbol{x=\frac{-1}{3}}$ $\quad$ $\boldsymbol{x=\frac{3}{5}}$

h)

$$\begin{aligned}\frac{x}{2}+\frac{x}{3}&=1-\frac{x}{4}\\ \frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}&=1-\frac{x}{4}\\ \frac{5x}{6}&=1-\frac{x}{4}\\ \frac{5x}{6}+\frac{x}{4}&=1-\frac{x}{4}+\frac{x}{4}\\ \frac{10x}{12}+\frac{3x}{12}&=1\\ \frac{13}{12}x&=1\\ \boldsymbol{x}&=\boldsymbol{\frac{12}{13}}\end{aligned}$$

<u>Exercice 2</u>

On appelle x la distance parcourue le premier jour.

Traduisons le problème à l'aide d'une équation : $x+\underbrace{x-10}_{\text{Deuxième jour}}+\underbrace{2(x-10)}_{\text{Troisième jour}}=100$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}x+x-10+2(x-10)&=100\\ 4x-30&=100\\ 4x-30+30&=100+30\\ 4x&=130\\ x&=\frac{130}{4}\\ x&=32{,}5\end{aligned}$$

Le premier jour il a parcouru 32,5 km, le deuxième jour 22,5 km et le troisième jour 45 km.

<u>Exercice 3</u>

On appelle x l' entier cherché.

Traduisons le problème à l'aide d'une équation : $(x+3)^2=x^2+57$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}(x+3)^2&=x^2+57\\ x^2+6x+9&=x^2+57\\ 6x+9&=57\\ 6x&=57-9\\ 6x&=48\\ x&=\frac{48}{6}\\ x&=8\end{aligned}$$

On a utilisé une identité remarquable.

L'entier cherché est 8.

<u>Exercice 4</u>

On appelle x, $x+1$, $x+2$, $x+3$ et $x+4$ les cinq entiers consécutifs cherchés.

Traduisons le problème à l'aide d'une équation : $x+x+1+x+2+x+3+x+4=715$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 &= 715 \\ 5x + 10 &= 715 \\ 5x + 10 - 10 &= 715 - 10 \\ 5x &= 705 \\ x &= \frac{705}{5} \\ x &= 141 \end{aligned}$$

Les cinq entiers sont 141, 142, 143, 144 et 145.

Exercice 5

On appelle x, $x + 1$ et $x + 2$ les trois entiers consécutifs cherchés.
Traduisons le problème à l'aide d'une équation : $(x + 2)^2 - x(x + 1) = 715$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - x(x + 1) &= 715 \\ x^2 + 4x + 4 - x^2 - x &= 715 \\ 3x + 4 &= 715 \\ 3x + 4 - 4 &= 715 - 4 \\ 3x &= 711 \\ x &= \frac{711}{3} \\ x &= 237 \end{aligned}$$

On a utilisé une identité remarquable.

Donc les trois entiers cherchés sont 237, 238 et 239.

Exercice 6

On appelle x le nombre cherché.

Traduisons le problème à l'aide d'une équation : $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x = 45$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{10}{15}x + \frac{3}{15}x &= 45 \\ \frac{13}{15}x &= 45 \\ x &= 45 \div \frac{13}{15} \\ x &= 45 \times \frac{15}{13} \\ x &= \frac{675}{13} \end{aligned}$$

Le nombre cherché est $\mathbf{\frac{675}{13}}$.

Fonctions

Exercice 1

Langage courant	Notation mathématique
L'image de 2 par la fonction f est 3.	f(**2**) = **3**
- 5 est l'image de 6 par la fonction f.	f(**6**) = **- 5**
8 est l'antécédent de 4 par la fonction f.	f(**8**) = **4**
7 a pour antécédent – 2 par la fonction f.	f(**-2**) = **7**
5 a pour **image – 1 par la fonction *f*.**	$f(5) = -1$
2,7 a pour **antécédent 6 par la fonction *f***	$f(6) = 2,7$

Exercice 2

1) $f(2) = 5 \times 2 + 3$
$= 10 + 3$
$= \mathbf{13}$

2) $f(-3) = 5 \times (-3) + 3$
$= -15 + 3$
$= \mathbf{-12}$

3) Résolvons l'équation $5x + 3 = -7$:

$$5x + 3 = -7$$
$$5x + 3 - 3 = -7 - 3$$
$$5x = -10$$
$$x = \frac{-10}{5}$$
$$x = -2$$

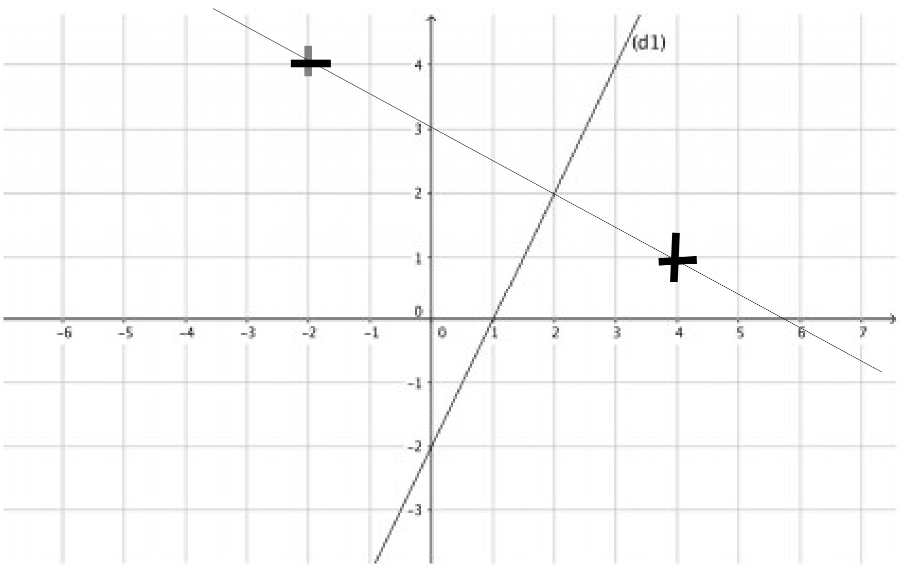
- 7 a un seul antécédent - 2

Exercice 3

1) $g(6) = 6^2 - 5$
$= 36 - 5$
$= \mathbf{31}$

2) $g(-3) = (-3)^2 - 5$
$= 9 - 5$
$= \mathbf{4}$

Exercice 4



1) $f_1(x) = \mathbf{2x - 2}$

2) $f_2(x) = \mathbf{-0{,}5x + 3}$

Exercice 5

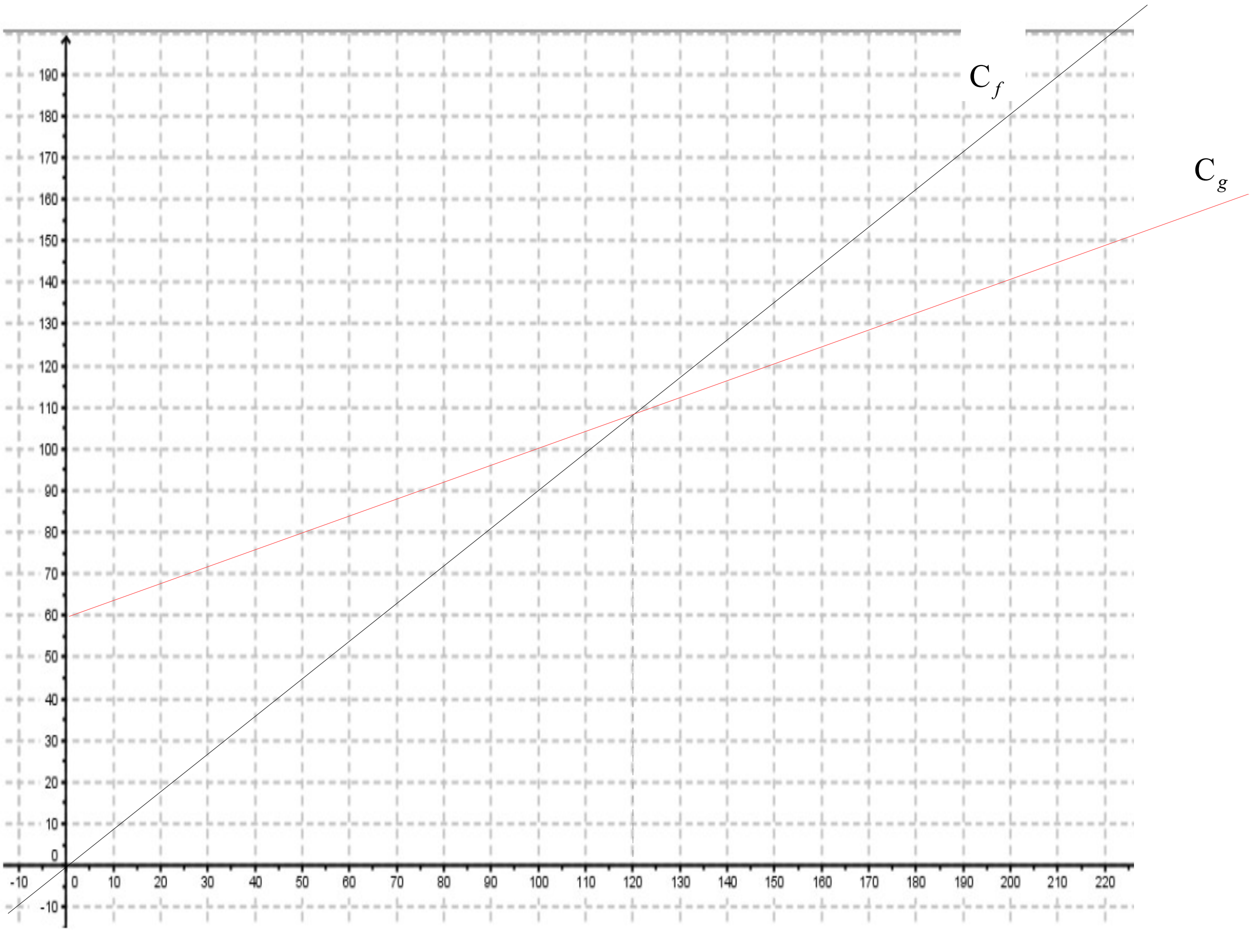
1) Avec le loueur 1, il paiera :$150 \times 0{,}9 =$ **135 €**.

Avec le loueur 2, il paiera : $150 \times 0{,}4 + 60 = 60 + 60 =$ **120 €**.

2) On a : $\boldsymbol{f(x) = 0{,}9x}$ **et** $\boldsymbol{g(x) = 0{,}4x + 60}$

3) $f(60) = 0{,}9 \times 60 =$ **54. Si on parcourt 60 km, on paiera 54 € avec le loueur 1.**

4)



5) a) Si on parcourt **120 km**, les prix payés avec le loueur 1 et le loueur 2 seront identiques.

b) On cherche x tel que $f(x) = g(x)$.

$$0{,}9x = 0{,}4x + 60$$
$$0{,}9x - 0{,}4x = 0{,}4x + 60 - 0{,}4x$$
$$0{,}5x = 60$$
$$x = \frac{60}{0{,}5}$$
$$\mathbf{x = 120}$$

Statistiques et Probabilité

Exercice 1

1) $\overline{x} = \dfrac{8\times196+10\times197+20\times198+30\times199+34\times200+17\times201+10\times202+8\times203+5\times204}{142}$

$\overline{x} = \dfrac{28349}{142}$

$\overline{x} \approx$ **200 g** (arrondi à l'unité)

2) L'étendue est égale à : 204 – 196 = **8 g**.

3) Comme il y a 142 valeurs alors la médiane est la moyenne entre la 71ème et la 72ème valeurs.
Comme la 71ème et la 72ème valeurs sont égales à 200 alors la médiane est égale à **200g**.

4) Comme il y a 18 tablettes ayant une masse inférieure ou égale à 197 g alors le pourcentage des tablettes ayant une masse inférieure ou égale à 197 g est égal à : $\dfrac{18}{142}\times100 \approx 12\ \%$.

Donc il y a moins de 20 % des tablettes ayant une masse inférieure ou égale à 197 g.

Exercice 2

1) $\bar{x} = \dfrac{1\times46+2\times48+6\times49+15\times50+17\times51+8\times52+2\times53}{51}$

$\bar{x} = \dfrac{2575}{51}$

$\bar{x} \approx$ **50,5 cm** (arrondi au dixième)

2) L'étendue est égale à : 53 – 46 = **7 cm.**

3) Comme il y a 51 valeurs alors la médiane est égale à la 26ème valeur, c'est-à-dire **51 cm**.

4) Dans la première maternité, comme la médiane est de 51 cm alors il y a au moins 50 % des bébés qui ont une taille inférieure ou égale à 51 cm.
Dans la deuxième maternité, comme la médiane est de 49 cm alors il y a au moins 50 % des bébés qui ont une taille inférieure ou égale à 49 cm.
Donc c'est donc la deuxième maternité qui possède un service de prématurés.

Exercice 3

1)

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30	**75**	**105**
Grise	**7**	8	**15**
Total	37	**83**	120

2)a) Calculer la probabilité de sélectionner une souris blanche : $\dfrac{105}{120} = \dfrac{21}{24} = \dfrac{7}{8} = \mathbf{0{,}875}$

b) Calculer la probabilité de sélectionner une souris femelle : $\dfrac{83}{120} \approx \mathbf{0{,}69}$

c) Calculer la probabilité de sélectionner un mâle gris : $\dfrac{7}{120} \approx \mathbf{0{,}06}$

3) Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ? $\dfrac{30}{105} = \dfrac{6}{21} = \dfrac{2}{7} \approx \mathbf{0{,}28}$

Exercice 4

1) Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ? $\dfrac{3}{12} = \mathbf{\dfrac{1}{4}}$

2)

Boîte 2 / Boîte 1	Chocolat (Ch)	Chocolat (Ch)	Fraise (F)
Chocolat (Ch)	Ch - Ch	Ch - Ch	Ch - F
Chocolat (Ch)	Ch - Ch	Ch - Ch	Ch - F
Chocolat (Ch)	Ch - Ch	Ch - Ch	Ch - F
Café (C)	C - Ch	C - Ch	**C - F**
Café (C)	C - Ch	C - Ch	**C - F**

La probabilité qu'il obtienne deux macarons qui lui plaisent est $\mathbf{\dfrac{2}{15}}$.

Exercice 5

1) Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ? $\frac{10}{40}=\mathbf{\frac{1}{4}}$

2) Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ? $\frac{30}{40}=\mathbf{\frac{3}{4}}$

3) On appelle x le nombre de nageurs.

Comme la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de $\frac{1}{5}$ alors :

$$\frac{x}{10+12+18+x}=\frac{1}{5}$$
$$5\times x=10+12+18+x$$
$$5x=10+12+18+x$$
$$4x=40$$
$$x=\frac{40}{4}$$
$$x=10$$

Donc il y a 10 nageurs présents.

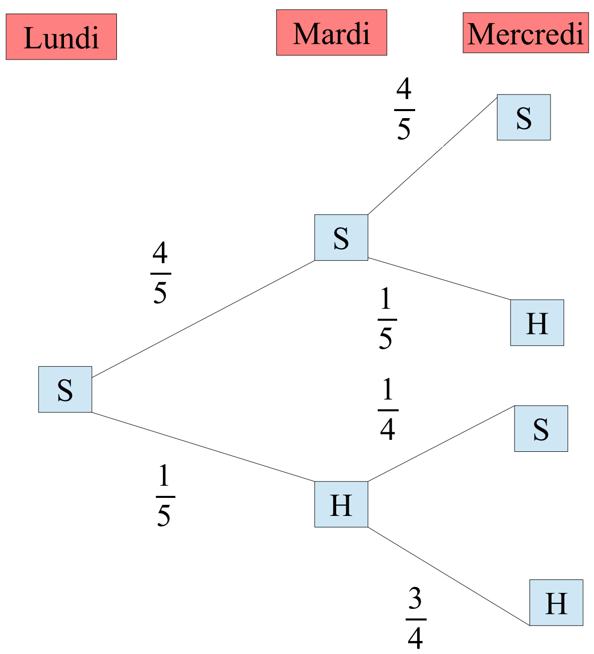
Exercice 6

1) La probabilité que le temps soit sec mardi est égale à $\mathbf{\frac{4}{5}}$.

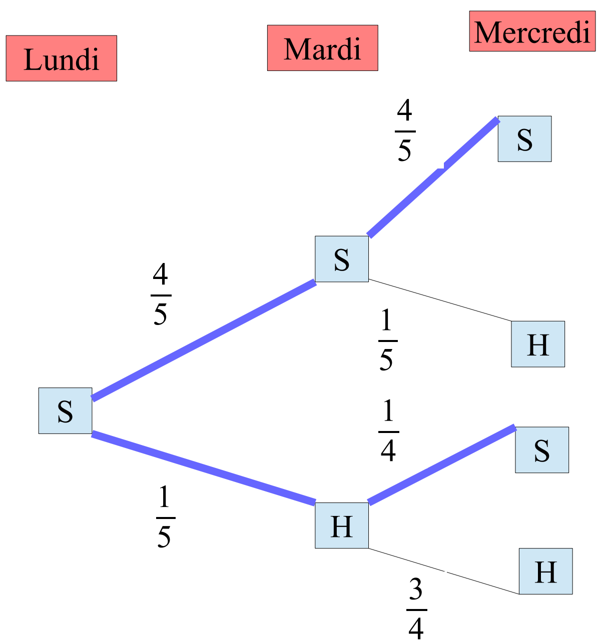
La probabilité que le temps soit humide mardi est égale à $1-\frac{4}{5}=\mathbf{\frac{1}{5}}$.

2) Si le temps est humide un jour alors la probabilité qu'il soit sec le lendemain est égale à $1-\frac{3}{4}=\mathbf{\frac{1}{4}}$.

3) a)



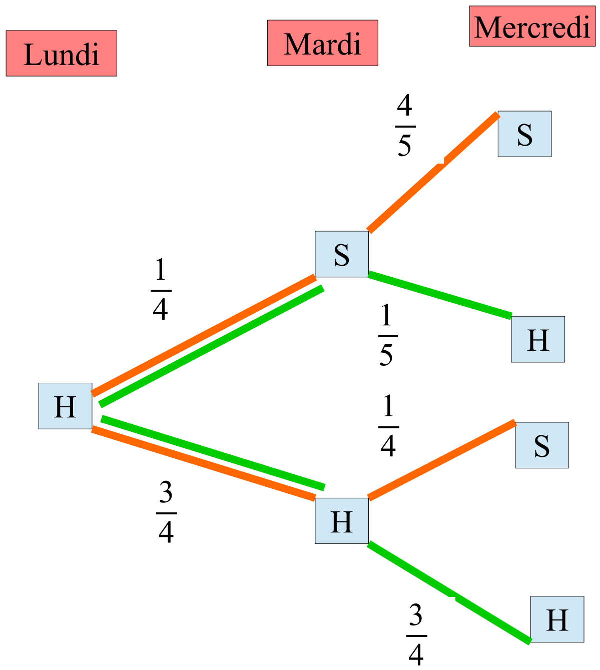
b)



La probabilité que le temps soit sec mercredi est égale à la somme des probabilités des deux branches bleues :

$$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{16}{25}+\frac{1}{20}$$
$$=\frac{16\times4}{25\times4}+\frac{1\times5}{20\times5}$$
$$=\frac{64}{100}+\frac{5}{100}$$
$$=\mathbf{\frac{69}{100}}$$

4)



La probabilité que le temps soit sec le mercredi est égale à la somme des probabilités des branches orange :

$$\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{3}{16}$$
$$=\frac{16}{80}+\frac{15}{80}$$
$$=\mathbf{\frac{31}{80}}$$

La probabilité que le temps soit humide le mercredi est égale à la somme des probabilités des branches rouges : $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{20}+\frac{9}{16}$

$$=\frac{45}{320}+\frac{45}{320}$$
$$=\frac{90}{320}$$
$$=\mathbf{\frac{9}{32}}$$

Exercice 7

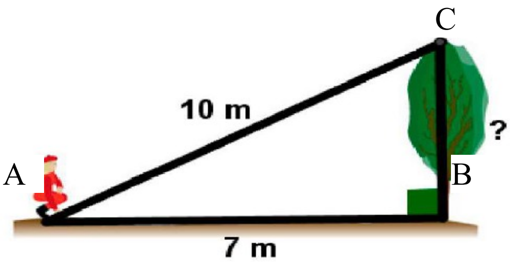
1) Comme : $0,32 = \frac{32}{100} = \frac{32 \div 4}{100 \div 4} = \frac{8}{25}$ alors **il y a 8 boules blanches.**

2) Il y a 25 – 8 = **17 boules noires.**

3) La probabilité de tirer une boule noire est égale à $\frac{17}{25}$ **= 0,68**.

Théorème de Pythagore – Théorème de Thalès - Trigonométrie

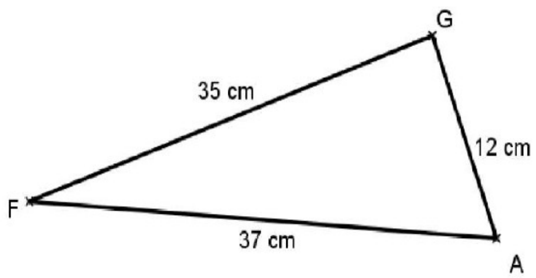
Exercice 1



On sait que ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore , on en déduit que :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$10^2 = 7^2 + BC^2$
$100 = 49 + BC^2$
$BC^2 = 100 – 49$
$BC^2 = 51$
$BC = \sqrt{51}$
$BC \approx 7,14$ m
La hauteur de l'arbre est environ égale à 7,14 m.

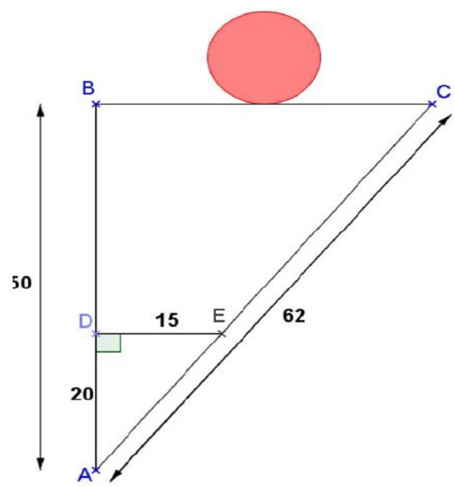
Exercice 2

Le triangle GAF est-il rectangle ?



On sait que [FA] est le côté le plus long.
D'une part : $FA^2 = 37^2 = 1369$.
D'autre part : $FG^2 + GA^2 = 35^2 + 12^2$
$= 1225 + 144$
$= 1369$.
D'où : $FA^2 = FG^2 + GA^2$.
L'égalité de Pythagore est vérifiée donc **FGA est rectangle en G.**

Exercice 3



Calculons DE :
On sait que ADE est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore , on en déduit que :
$AE^2 = AD^2 + DE^2$
$AE^2 = 20^2 + 15^2$
$AE^2 = 400 + 225$
$AE^2 = 625$
AE = 25 cm

Montrons que les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles :

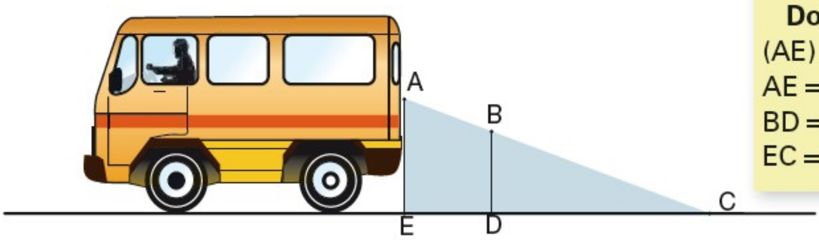
On sait que les triangles DEA et BCA sont emboîtes (avec A, D, B alignés).

On a : $\frac{AD}{AB} = \frac{20}{50} = 0,4$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{25}{62} \approx 0,403$.

D'où : $\frac{AD}{AB} \neq \frac{AE}{AC}$.

Ainsi les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles. **Le ballon va donc rouler.**

Exercice 4



Données
(AE) //(BD)
AE = 1,50 m
BD = 1,10 m
EC = 6 m

a) Calculer DC.

On sait que :

- AEC et BDC sont emboîtes (avec A, B et C alignés)
- (AE) et (BD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on en déduit que :

$\frac{CD}{CE}=\frac{CB}{CA}=\frac{DB}{AE}$ d'où : $\frac{CD}{6}=\frac{CB}{CA}=\frac{1,1}{1,5}$.

Donc : CD = $\frac{6\times 1,1}{1,5}$ = **4,4 m**.

b) En déduire que ED = 1,60 m.

ED = EC – DC
= 6 – 4,4
= **1,6 m**.

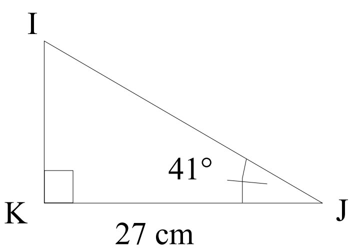
c) Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette.
Polo peut-il la voir ? Expliquer.

Comme 1,40 < ED et la fillette mesure 1,10 m alors **Polo ne peut pas voir la fillette**.

Exercice 5

IJK est un triangle rectangle en K. On sait que JK = 27 cm et $\widehat{KJI}$ = 41°. Calculer la longueur IK.

Schéma



Dans le triangle IJK rectangle en K, on a :

$\tan \widehat{KJI}=\frac{KI}{KJ}$

d'où : $\tan 41^\circ=\frac{KI}{27}$

donc : KI = $27\times\tan 41^\circ$ ≈ **23,5 cm**.

Exercice 6

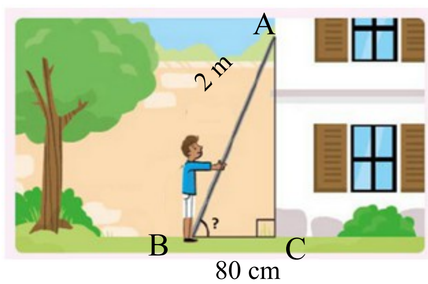
Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$\cos\widehat{CBA}=\frac{BC}{BA}$

d'où : $\cos\widehat{CBA}=\frac{0,8}{2}=0,4$.

Ainsi : $\widehat{CBA}$ ≈ 66,42°.

Comme $\widehat{CBA}$ est compris entre 65° et 70° alors **l'échelle est stable**.



Périmètres, aires et volumes

Exercice 1

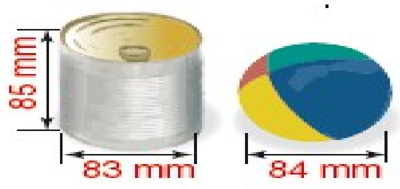
La face latérale de la boîte de conserve est un rectangle de dimensions 85 mm et 83π mm.
L'aire de la surface latérale de la boîte de conserve est donc égale à :

C'est la longueur du disque de la base de la boîte de conserve.

$$A_1 = 85 \times 83\pi$$
$$= 7055\pi \text{ mm}^2$$

L'aire de la surface de la balle est égale à :

$$A_2 = 4\pi r^2$$
$$= 4\pi \times 42^2$$
$$= 7056\pi \text{ mm}^2$$



Donc Polo a tort.

Exercice 2

Poids	Homme	Femme
Diamètre	de 110 à 130 mm	de 95 à 110 mm
Masse	de 7,26 à 7,285 kg	de 4 à 4,025 kg

Calcul du volume V du poids

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$
$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3$$
$$= 288\pi \text{ cm}^3$$

Calcul de la masse M du poids

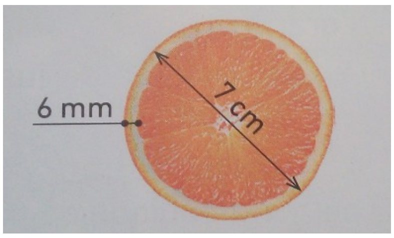
$$M = 288\pi \times 8$$
$$= 2304\pi$$
$$\approx 7\,238{,}23 \text{ g}$$
$$\approx 7{,}23 \text{ kg}$$

Comme le diamètre du poids est compris entre 110 mm et 130 mm alors le poids est destiné à un homme. Mais comme la masse n'est pas comprise entre 7,26 kg et 7,285 kg alors **il ne peut pas être utilisé en compétition.**

Exercice 3

Calcul du volume V de l'orange

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$
$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 3{,}5^3$$
$$= \frac{171{,}5}{3} \times \pi \text{ cm}^3$$



Calcul du volume V' de chair comestible

$$V' = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$
$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 6{,}4^3$$
$$= \frac{1048{,}576}{3} \times \pi \text{ cm}^3$$

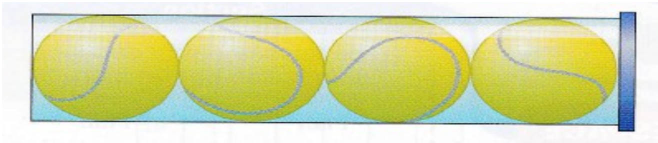
Ainsi le pourcentage de chair comestible dans cette orange est égal à :

$$\frac{V'}{V}\times 100 = \frac{\frac{171{,}5}{3}\times\pi}{\frac{1048{,}576}{3}\times\pi}\times 100$$

$$\approx \frac{179{,}6}{1098{,}1}\times 100$$

$$\approx \mathbf{16\ \%}$$

Exercice 4



Calcul du volume V du cylindre

La hauteur du cylindre est égale à 4 × 6,5 = 26 cm et le diamètre du disque de base du cylindre est égal à 6,5 cm. Donc : V = aire de la base × hauteur

$$= \pi\times r^2\times h$$
$$= \pi\times 3{,}25^2\times 26$$
$$= 274{,}625\pi \text{ cm}^3$$

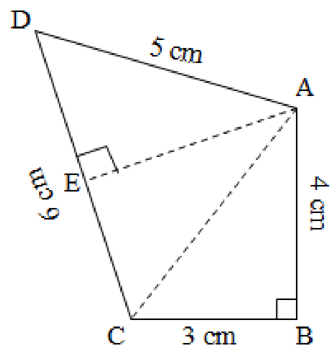
Calcul du volume V' des quatre balles

$$V' = 4 \times \frac{4}{3}\times\pi\times r^3$$
$$= 4 \times \frac{4}{3}\times\pi\times 3{,}25^3$$
$$= \frac{549{,}25}{3}\times\pi \text{ cm}^3$$

Ainsi le volume du tube non occupé par les balles de tennis est égal à :

$$V - V' = 274{,}625\pi - \frac{549{,}25}{3}\times\pi$$
$$\approx \mathbf{286\ cm^3}$$

Exercice 5



Comme ACB est un triangle rectangle en B alors d'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :
AC = 5 cm.
Comme DCA est isocèle en A alors (AE) est perpendiculaire à (DC) et E est le milieu de [DC].
Comme EAC est rectangle en E avec AC = 5 cm et EC = 3 cm, et EAD est rectangle en E avec AD = 5 cm et ED = 3 cm, et ABC est rectangle en B avec AC = 5 cm et BC = 3 cm alors DEA, AEC et CBA sont deux triangles égaux. Ils ont donc la même aire.

Ainsi l'aire du quadrilatère ABCD est égale à :

$$3 \times \text{aire du triangle ABC} = 3 \times \frac{3\times 4}{2}$$
$$= 3 \times 6$$
$$= \mathbf{18\ cm^2}.$$

Grandeurs composées

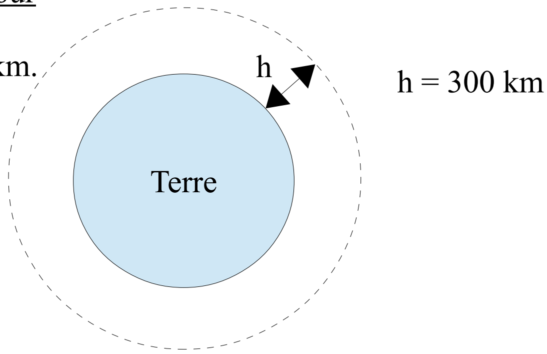
Exercice 1

$$d = v \times t$$
$$= 80 \times \frac{1}{3600} \quad \left(1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}\right)$$
$$\approx 0{,}022 \text{ km}$$
$$\approx \mathbf{22\ m}$$

Exercice 2

Calcul de la distance parcourue par le satellite pour faire un tour

Le satellite parcourt un cercle de rayon 6 371 + 300 = 6 671 km.
Il parcourt donc la distance suivante :



$$\begin{aligned} 2\times\pi\times R &= 2\times\pi\times 6\,671 \\ &= 13342\pi \text{ km} \end{aligned}$$

Calcul du temps nécessaire pour faire un tour

$t = \dfrac{d}{v}$

$t = \dfrac{13342\pi}{7{,}8}$ s

$t = \dfrac{13342\pi}{7{,}8} \div 3600$ h

$t \approx$ **1,5 h**

Exercice 3

1) La masse surfacique est égale à : **12 ÷ 10 = 1,2 mg/cm²**.

2) 1,2 mg/cm² = $\dfrac{1{,}2\,mg}{1\,cm^2} = \dfrac{0{,}0012\,g}{0{,}0001\,m^2}$ = **12 g/m²**

Exercice 4

a) La consommation de carburant en L/100 km pour l'ensemble des passagers est égale à :
$\dfrac{92160\times 100}{8000} = 1152$.

Ainsi la consommation de carburant en L/100 km pour un passager est égale à : $\dfrac{1152}{320}$ = **3,6**.

b) Les émissions de CO2 en g/km pour l'ensemble des passagers est égale à : $\dfrac{230{,}4\times 1\,000\,000}{8000}$ =28 800

Ainsi les émissions de CO2 en g/km pour un passager est égale à : $\dfrac{28\,800}{320}$ = **90**.

Exercice 5

On appelle d la distance parcourue lors de la montée.

La vitesse moyenne de Polo sur l'ensemble du trajet est égale à : $v = \dfrac{2d}{t}$

Or : $t = t_1 + t_2$ où t_1 est le temps mis lors de la montée et t_2 est le temps mis lors de la descente.

De plus : $t_1 = \dfrac{d}{3}$ et $t_2 = \dfrac{d}{7}$.

Donc : $v = \dfrac{2d}{\dfrac{d}{3}+\dfrac{d}{7}}$

$= \dfrac{2d}{d\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{7}\right)}$ **On simplifie par *d*.**

$= \dfrac{2}{\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{7}}$

= **4,2 km**